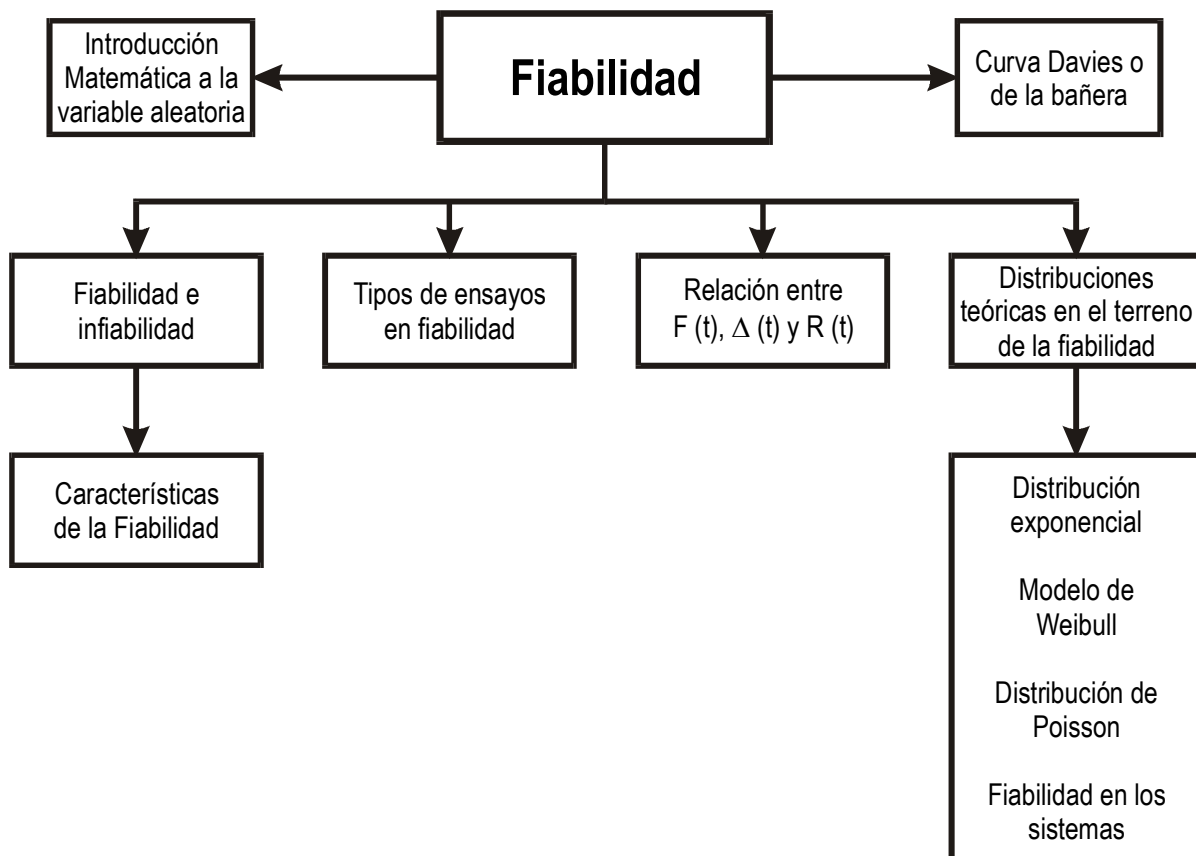


2

Fiabilidad

2.0. Esquema conceptual de la unidad



En esta unidad estudiaremos:

- Introducción matemática a la variable aleatoria
- Fiabilidad e in fiabilidad
 - Características de la Fiabilidad
 - Función de repartición
 - Tasa de fallo
 - Aplicación
- Tipos de ensayos en fiabilidad
- Relación entre $F(t)$, $\Delta(t)$ y $R(t)$
- La curva Davies o de la bañera
- Distribuciones teóricas en el terreno de la fiabilidad:
 - La distribución exponencial
 - El modelo de Weibull
 - Síntesis algoritmo para el estudio de la ley de Weibull
 - Distribución de Poisson
 - Ejemplo de aplicación de fiabilidad
 - Fiabilidad en los sistemas
 - Configuración serie
 - Configuración paralelo
 - Configuración mixta

2.1. La fiabilidad

Hasta ahora hemos tratado de definir y de clasificar las fallas, nos ocupa en este momento establecer relaciones entre el tiempo de uso de una instalación y la frecuencia con que aparecen esas fallas. Para ello utilizaremos el concepto matemático de la fiabilidad.

Para poder conocer la fiabilidad de una pieza o instalación es necesario definir perfectamente la falla que estamos evaluando y controlar las condiciones de trabajo en que se desarrolla el ensayo. Debemos establecer también la duración del intervalo de tiempo que puede ser expresado en número de ciclos u operaciones que efectúa el sistema, y finalmente es conveniente contar con un modelo matemático para poder analizarla.

Para poder interpretar la fiabilidad primero veremos los conceptos de variable aleatoria y su probabilidad asociada.

2.2. Introducción matemática de variable aleatoria

Los procesos técnicos productivos están influidos por una gran cantidad de factores, muchos de carácter casual que hacen que el comportamiento de los indicadores que los describen constituyan variables aleatorias. Variable aleatoria es aquella que como resultado de un experimento u observación del comportamiento de una máquina, puede tomar cualquier valor previamente desconocido y que depende de factores fortuitos.

Las variables aleatorias pueden ser discretas y continuas. Las primeras sólo toman valores enteros, por ejemplo, la cantidad de estudiantes que asisten a clase día tras día. Las segundas pueden tomar infinitos valores, por ejemplo, el tiempo hasta el fallo de un elemento de máquina.

De acuerdo con la información que se posea de la variable aleatoria objeto de estudio, se estará en el campo de las probabilidades o en el de la estadística.

En la Teoría de Probabilidades se parte del conocimiento de las características de la población para inferir el comportamiento de muestras de ella. Es un proceso deductivo en el cual con el conocimiento de lo general se logra el conocimiento de lo particular.

En la Estadística es lo inverso, pues a partir del conocimiento y análisis de los datos de una muestra se infiere acerca de las características de la población. Los métodos estadísticos son para tratar datos obtenidos mediante un muestreo u observaciones reiteradas o susceptibles de repetición.

En Mantenimiento lo general es estar en este segundo caso, o sea, frente a fenómenos aleatorios desconocidos que se investigan a partir de datos mediante muestreo con el objetivo de establecer las leyes que pueden describirlos.

Como el objetivo es describir el comportamiento de una variable aleatoria se necesita conocer la probabilidad con que la misma toma un valor dado. Se define la ley de distribución de la variable como la relación que existe entre los posibles valores de la variable y sus probabilidades correspondientes.

Existen dos formas típicas para expresar una ley de distribución:

- a) la función de distribución

b) la densidad de distribución

La función de distribución se define como la probabilidad de que la variable tome valores menores que un cierto valor dado:

$$F(x_1) = P(x < x_1)$$

Posee las siguientes propiedades:

- 1) Es una función creciente de su argumento, o sea,

$$\text{si } x_2 > x_1, \text{ entonces } F(x_2) > F(x_1)$$

- 2) Evaluada para menos infinito toma el valor cero:

$$F(-\infty) = 0$$

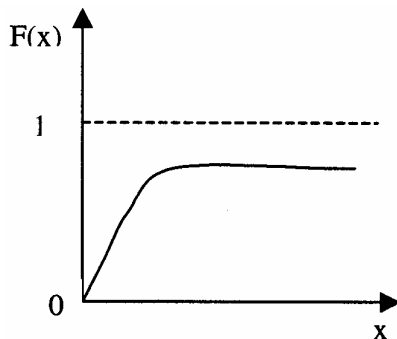
- 3) Evaluada para más infinito toma el valor uno:

$$F(+\infty) = 1$$

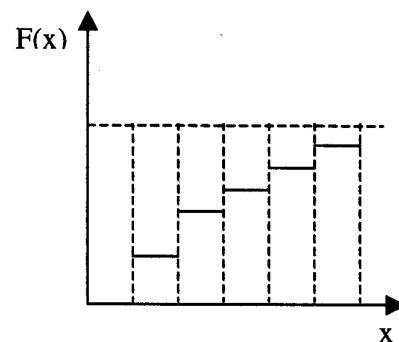
- 4) La probabilidad de que la variable aleatoria tome valores entre dos magnitudes cualesquiera equivale a la diferencia de la función de distribución entre dichos puntos:

$$P(x_i < x < x_i + \Delta x) = F(x_i + \Delta x) - F(x_i)$$

La función de distribución se expresa gráficamente tal como se muestra en la siguiente figura.



a. Para variable continua



b. Para variable discreta

La función densidad de distribución $f(x)$ se define como la derivada de la función de distribución respecto a la variable aleatoria.

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = \frac{dF(x)}{dx}$$

$F(x)$ = representa un área

$f(x)$ = representa un punto

Entre sus propiedades están:

- 1) La probabilidad de que la variable tome valores entre dos magnitudes cualesquiera es su integral entre dichas magnitudes:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$$

- 2) Su integral entre menos infinito y más infinito vale la unidad:

$$\int_{-(\infty)}^{+(\infty)} f(x)Dx = 1$$

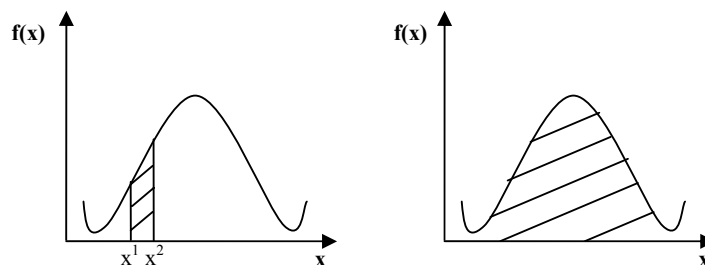
- 3) Su integral desde menos infinito hasta cierta magnitud de la variable equivale a la función de distribución evaluada en ese valor de la variable:

$$\int_{-\infty}^{x_1} f(x)dx = P(x < x_1) = F(x_1)$$

- 4) Su integral desde cierto valor de la variable hasta más infinito equivale a la función complementaria de la función de distribución:

$$\int_{x_1}^{+\infty} f(x)dx = P(x > x_1) = 1 - F(x_1) = R(x_1)$$

La expresión gráfica de la función de densidad de distribución se presenta en la siguiente figura. En ella se representan sus diferentes propiedades como áreas debajo de las curvas.



De la última ecuación se concluye sobre una de las expresiones más sencillas y más importantes de la Teoría de la Fiabilidad:

$$F(x) + R(x) = 1$$

Si la variable aleatoria “x” fuese el tiempo de trabajo útil hasta el fallo, entonces la función de distribución representa la probabilidad de fallo del artículo hasta cierto tiempo dado. La función com-

plementaria expresará la probabilidad de trabajo sin fallo hasta ese mismo valor del tiempo. Ambas funciones en cualquier instante suman lógicamente la unidad.

Características numéricas de las variables aleatorias

Existen ciertos parámetros conocidos como estadígrafos que caracterizan la forma de distribución de la variable aleatoria.

Los más importantes a utilizar en la Teoría de la Fiabilidad son:

- a) La esperanza matemática o valor medio, que caracteriza la posición de la variable aleatoria y es una magnitud alrededor de la cual se agrupan todos los valores posibles de la variable.

Para variable discreta:

$$E(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i P(x_i)$$

donde:

$$E(x) = \sum_{i=1}^n x_i F(x)$$

n = cantidad de valores estudiados u observados

x_i = diferentes valores de la variable

$P(x_i)$ = probabilidad de que la variable tome cierto valor

Para variable continua la expresión será:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

2.3. Fiabilidad e in fiabilidad

Para crear un modelo matemático para la probabilidad de fallo, consideramos el funcionamiento de un determinado elemento en el medio para él especificado. Definimos la variable aleatoria como el tiempo durante el que el elemento funciona satisfactoriamente antes de que se produzca un fallo. La probabilidad de que el elemento proporcione unos resultados satisfactorios en el momento t se puede definir como Fiabilidad. La designamos R(t).

La fiabilidad R(t) esta relacionada con la función inversa llamada in fiabilidad F(t) que tiene una probabilidad opuesta, o sea la probabilidad de que ocurra un fallo antes del instante t.

$$F(t)=1-R(t)$$

Para entender la fiabilidad analizaremos algunas características.

2.3.1. Características de la Fiabilidad

A continuación se desarrollaran las distintas características de la fiabilidad.

2.3.1.1. Función de repartición

En un dispositivo nuevo puesto en marcha sufrirá inevitablemente una avería en el instante T, desconocido a priori, entonces tendremos:

$$F(t_i) = \Pr(T < t_i)$$

T es una variable aleatoria de la función de repartición F(t)

F(t_i) es la probabilidad de que el dispositivo esté averiado en el instante t_i

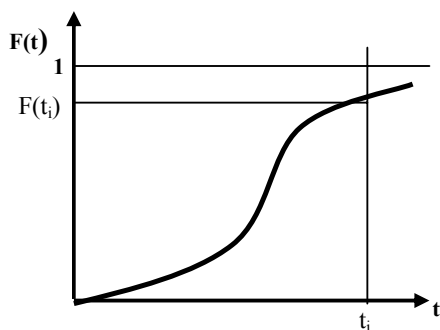
R(t_i) es la probabilidad de buen funcionamiento en el instante t_i (complemento):

$$R(t_i) = \Pr(T > t_i)$$

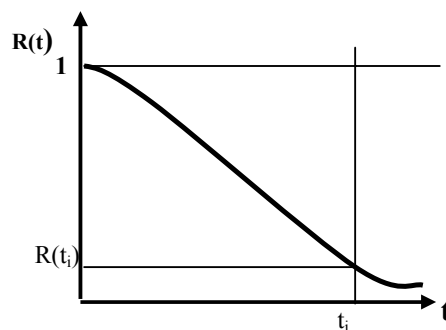
Probabilidades complementarias:

$$F(t) + R(t) = 1$$

$$\int_0^t f(t).dt + \int_t^{\infty} f(t).dt = 1$$



Mortandad



Supervivencia

2.3.1.2. Tasa de fallo

La tasa de fallo $\lambda(t)$ es un estimador de la fiabilidad y se expresa frecuentemente en “avería/hora”

$$\lambda(t) = \frac{\text{número de fallos}}{\text{duración}}$$

N(t) el número de dispositivos funcionando en el instante t

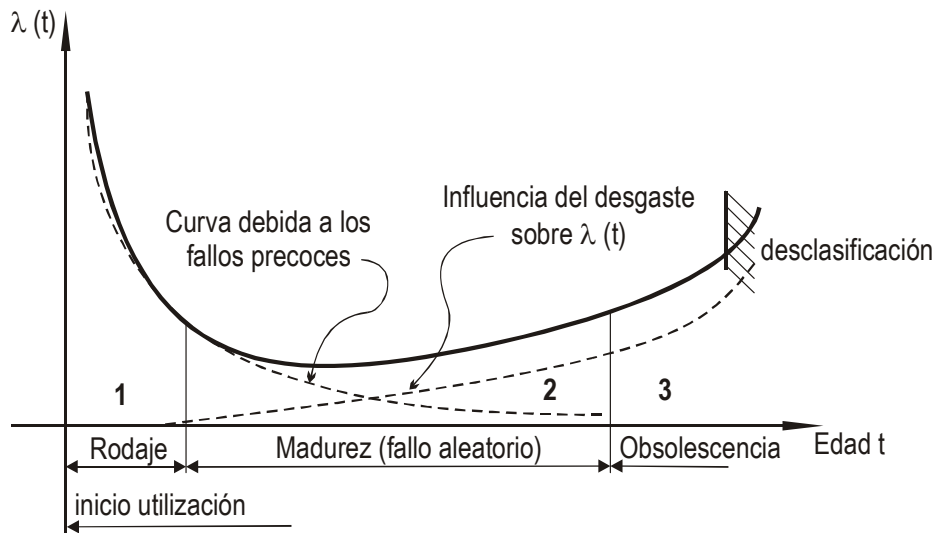
N(t + Δt) el número de dispositivos en funcionamiento en el instante t + Δt

$$N(t) - N(t + \Delta t) = \Delta N > 0$$

ΔN Cantidad de dispositivos que fallan

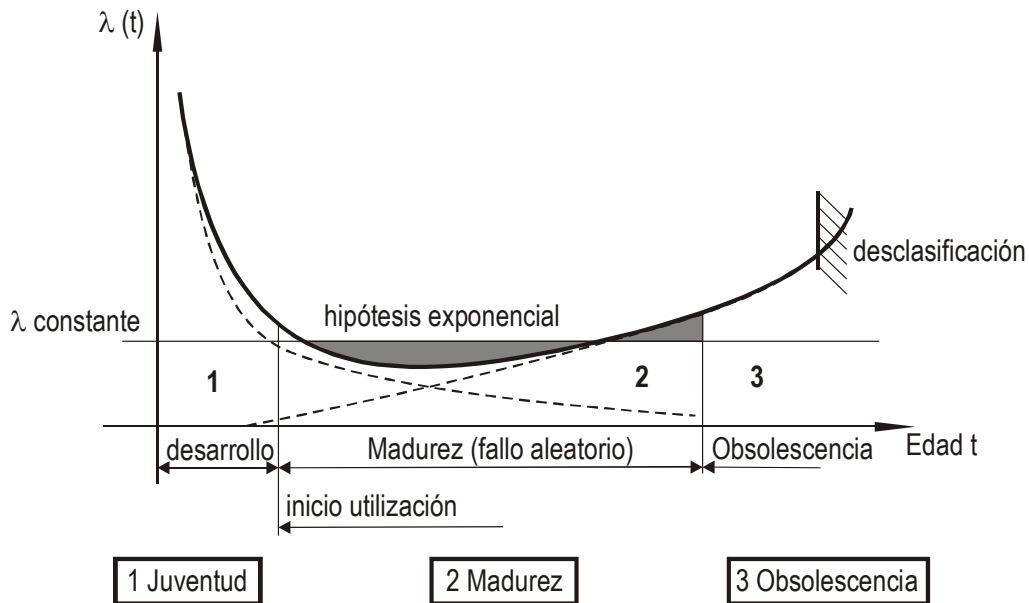
$$\lambda(t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N(t) \cdot \Delta t}$$

La Tasa de Fallos (Dominio Mecánico)



La Tasa de Fallos (Dominio Electrónico)

$$\lambda(t), \text{ a veces } Z(t) \text{ ó } h(t) = \frac{\text{Número de fallos}}{\text{Duración de uso}}$$



Ejemplo

Se han estudiado 70 vehículos durante el periodo que va de 80.000 Km a 90.000 Km Han sido reparadas 41 averías. ¿Cual es la tasa de fallo relativa a este periodo?.

$$\lambda(t) = \frac{41}{70 \times (90000 - 80000)} = 0,5 \times 10^{-4} \frac{\text{averías}}{\text{km.}}$$

Tasa de fallo instantánea

Si Δt tiende a cero el estimador tiende a un límite que es la tasa de fallo instantánea

$$\lambda(t) dt = -\frac{dN}{N(t)}$$

a) **Fiabilidad:** Integrando ambos miembros entre 0 y t :

$$-\int_0^t \lambda(t).dt = \ln.N(t) + K$$

$$N(t) = K.e^{-\int_0^t \lambda(t).dt}$$

Para t = 0, N(t) es No de donde K = No

$$N(t) = No.e^{-\int_0^t \lambda(t).dt}$$

$$\frac{N(t)}{No} = e^{-\int_0^t \lambda(t).dt}$$

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t).dt}$$

Esta relación es fundamental porque cualquiera sea la ley de fiabilidad permite un trazado experimental de la fiabilidad en función del tiempo si se conoce la evolución de la tasa de fallos.

b) **MTBF:** la duración media entre dos fallos corresponde a la esperanza matemática de la variable aleatoria T. Su expresión numérica es:

$$MTBF = E(T) = \int_0^{\infty} t.f(t).dt = \int_0^{\infty} R(t).dt$$

c) **Estimadores de fiabilidad:** cuando el tamaño de la muestra es grande ($N > 50$ componentes), es posible estimar R por:

$$R(t) = \frac{N(t)}{No} = \frac{\text{número de supervivientes en el instante } t}{\text{número inicial}}$$

Por la densidad de probabilidad:

$$f(t) = \frac{ni}{No}$$

Por la MTBF empírica:

$$MTBF = \sum_{i=1}^{\infty} t.f(t)$$

- d) **Duración de una misión:** la fórmula para el cálculo de la probabilidad de una misión de duración Δt después de un tiempo T de buen funcionamiento se expresa:

$$R(\Delta t / T) = \frac{R(T + \Delta t)}{R(T)}$$

2.3.2. Aplicación

Ejemplo 1

Doscientos pequeños motores fueron puestos en funcionamiento, a medida que tuvieron el primer desperfecto (falla) fueron retirados de la experimentación, se decidió detener los ensayos cuando el último de ellos sufriese el primer desperfecto.

En el siguiente cuadro de mortalidad se tiene el número motores fallados en el curso del t -ésimo mes.

Y_i	$\updownarrow n_i$	N_i	h_i	H_i	H'_i	$\lambda_{(t)}$
T Mes	$n(t)$ Número de motores fallados en el mes	$N(t)$ Número de motores en funcionamiento al final del mes	$f(t)$ Proporción de motores fallados en el mes	$F(t)$ Proporción acumulada de motores fallados	$R(t)$ Proporción de motores en funcionamiento al final del mes	$\lambda(t)$) Tasa de mortalidad
1	10	190	0,050	0,050	0,950	10/200 = 0,050
2	2	188	0,010	0,060	0,940	2/190 = 0,0105
3	1	187	0,005	0,065	0,935	0,005
4	1	186	0,005	0,070	0,930	0,005
5	2	184	0,010	0,080	0,920	0,011
6	4	180	0,020	0,100	0,900	0,022
7	18	162	0,090	0,190	0,810	0,100
8	63	99	0,315	0,505	0,495	0,389
9	53	46	0,265	0,770	0,230	0,535
10	28	18	0,140	0,910	0,090	0,609
11	12	6	0,060	0,970	0,030	0,667
12	6	0	0,030	1,000	0	1,000
Total	200					

Se tienen las relaciones:

$$N_{(i)} = n - \sum_{j=0}^i n_j = N_{(t)}$$

$$hi = \frac{n_i}{n} = f_{(t)}$$

$$H_i = \sum_{j=1}^i hi = \sum f(t) = F(t)$$

$$H'i = 1 - \sum_{j=1}^i hj = 1 - F(t) = R(t)$$

$$\lambda_i = \frac{n_i}{N_{(i-1)}} = \lambda(t)$$

Se constata, como en el caso de numerosas aplicaciones que la tasa de mortalidad disminuye en el primer período, se estabiliza en un segundo período y crece regularmente en el último período.

En la vida del producto, las fallas ocurridas en el primer período tienden a ser relativamente altas, como resultado de errores de fabricación detectados por el control de inspección. La tasa de mortalidad (relativamente alta) se denomina entonces tasa de mortalidad infantil. La tasa de mortalidad infantil es normalmente decreciente.

El segundo período de la vida de un producto está caracterizado por una tasa de mortalidad (aproximadamente) constante. Las unidades sufren desperfectos en este segundo período como resultado de causas no asignables “aleatorias” (como pueden ser los choques térmicos, maltrato, variabilidad de corriente eléctrica, etc.)

El tercer período está caracterizado por una tasa de mortalidad creciente como resultado de los problemas de desgaste (Wearout). Esto da lugar a una curva con forma de “bañera”.

En los tres períodos tanto las “causas aleatorias” como los “defectos de fabricación” o los “problemas de desgaste” tienen incidencia sobre las fallas, pero la incidencia de los unos y de los otros es diferente en los tres períodos mencionados.

Una característica de interés es la “esperanza de vida”, o tiempo medio de funcionamiento hasta la primera falla MTBF (mean time between failure) cuando se trata de unidades reparables, o del MTTF (mean time to failure) cuando se trata de unidades no reparables.

En nuestro caso $MTTF = (10 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \dots + 6 \cdot 12) / 200 = 8,23$ meses.

Ejemplo 2

Analicemos la distribución de fallas en motores que funcionaron sin fallar hasta el 6° mes a partir del cual comenzaron a romperse hasta que todos dejaron de trabajar.

t Mes	n(t) Número de motores fallados en el mes	N(t) Número de motores en funcionamiento al final del mes	f(t) Proporción de motores fallados en el mes	F(t) Proporción acumulada de motores fallados (Infiabilidad)	R(t) Proporción de motores en funcionamiento al final del mes (Fiabilidad)	$\lambda(t)$ Tasa de mortalidad
6		180		0,000	1,000	
7	18	162	0,100	0,100	0,900	0,100
8	63	99	0,350	0,450	0,650	0,389
9	53	46	0,294	0,744	0,256	0,535
10	28	18	0,156	0,900	0,100	0,609
11	12	6	0,067	0,967	0,033	0,667
12	6	0	0,033	1,000	0	1,000
Total	180					

2.4. Tipos de ensayos en fiabilidad

Existen varias situaciones características de ensayos en fiabilidad

- a) Datos completos o datos no censurados: en este caso todas las unidades son ensayadas hasta su primera falla.
- b) Datos censurados: existen dos tipos de datos censurados:
 - I. Tipo I: los ensayos detenidos luego de un tiempo prefijado T (independientemente del número de unidades falladas). Se denomina corrientemente “censura por tiempo” (time censoring).
 - II. Tipo II: los ensayos son detenidos tras la ocurrencia de la r-ésima falla (independientemente del tiempo transcurrido). Se denomina corrientemente “censura por número de fallas” (failure censoring), cuando existe un único punto de censura, se dice que hay censura simple.

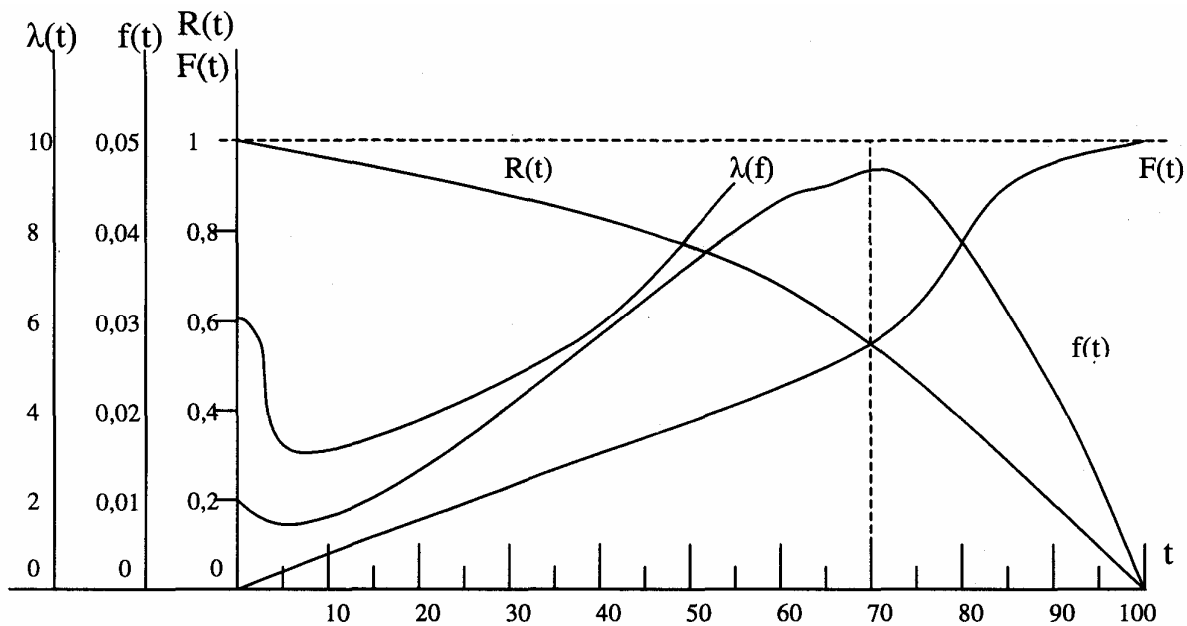
Se dice que hay censura múltiple cuando existen múltiples puntos de censura. Por ejemplo, cuando 5 unidades ensayadas son sacadas de los ensayos luego de 200 horas, y otras 8 son sacadas luego de 400 horas de funcionamiento.

La censura puede ser “por la derecha”, en esos casos, pueden faltar datos sobre el tiempo de funcionamiento hasta la primera falla de algunas unidades ensayadas (sólo se sabe que su tiempo de funcionamiento es superior a un tiempo t conocido).

Los datos “son censurados por la izquierda” cuando sólo se sabe que el tiempo funcionamiento es inferior a un tiempo conocido.

2.5. Relación entre $f(t)$, $\lambda(t)$ y $R(t)$

En la siguiente figura se puede ver la representación gráfica de los parámetros expuestos para un caso general.



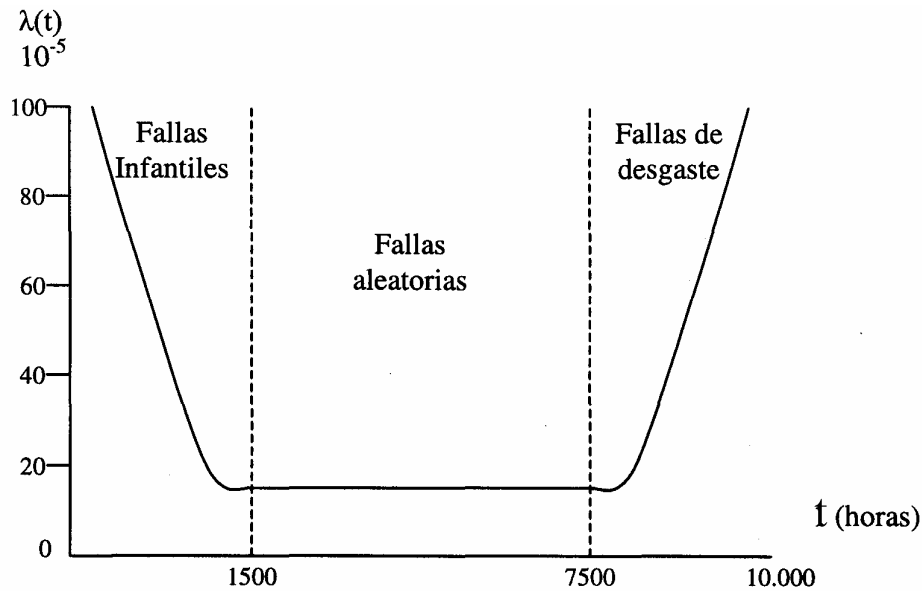
Representación gráfica general de los parámetros de fiabilidad

2.6. La curva Davies o de la bañera

Dado que la tasa de los fallos varía respecto al tiempo, su representación típica tiene forma de bañera, debido a que la vida de los dispositivos tiene un comportamiento que viene reflejado por tres etapas diferenciadas:

- Fallas iniciales (Tasa decrece)
- Fallas normales (Tasa constante)
- Fallas de desgaste (Tasa aumenta)

En la siguiente figura se puede ver la representación de la curva típica de la evolución de la tasa de fallos.



2.7. Distribuciones teóricas en el terreno de la fiabilidad

En el ejemplo anterior la distribución obtenida es el resultado de una experimentación con un número limitado de motores. La distribución obtenida es una distribución experimental.

La muestra y los resultados obtenidos permiten estimar la distribución que caracteriza el conjunto mucho más vasto de los motores fabricados en condiciones similares.

Pasemos a referirnos a las distribuciones que se encuentran más frecuentemente en terreno de la fiabilidad y que caracterizan estos “conjuntos mucho más vastos”, es decir poblaciones enteras de unidades fabricadas en condiciones similares.

Estas distribuciones típicas son:

- 1) Distribución Exponencial
- 2) Distribución de Weibull
- 3) Distribución de Poisson

También pueden mencionarse como complemento la distribución normal, la distribución gamma, la distribución binomial.

Todas estas distribuciones permiten modelar (según los casos) la fiabilidad de los productos en todos los períodos considerados (Weibull) o en alguno de los tres (Exponencial, Weibull, Poisson).

2.7.1. La distribución exponencial

Para el caso de que $\lambda(t)$ sea constante nos encontramos ante una distribución de fallos de tipo exponencial. Matemáticamente podremos escribir la función densidad de probabilidad de falla:

$$f(t) = \lambda e^{(-\lambda t)} \quad \text{cuando } t \geq 0$$

integrando $f(t)$:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

y la fiabilidad tendrá la expresión siguiente:

$$R(t) = 1 - F(t)$$

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

La fiabilidad $R(t)$ representa en este caso la probabilidad de que el dispositivo, caracterizado por una tasa de fallos constante, no se averíe durante el tiempo de funcionamiento t .

Esta fórmula de fiabilidad se aplica correctamente a todos los dispositivos que han sufrido un rodaje apropiado que permita excluir los fallos infantiles, y que no estén afectados aún por el desgaste.

Tiempo medio hasta un fallo MTTF

La calidad de funcionamiento de un cierto elemento vendrá dada generalmente por el tiempo que se espera que dicho elemento funcione de manera satisfactoria. Estadísticamente se puede obtener una expectativa de éste tiempo hasta que se produzca un fallo, que se llama tiempo medio hasta un fallo MTTF. Alternativamente, en sistemas que son reparados continuamente después que se produzcan fallos y continúan funcionando, la expectativa se llama tiempo medio entre fallos MTBF, en cualquiera de los casos el “tiempo” puede ser tiempo real o tiempo de operación.

Dado que la densidad de fallos es $f(t)$, el tiempo T que se espera que transcurra hasta un fallo viene dado por:

$$E(t) = \text{MTTF} = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) \cdot dt = \int_0^{\infty} \lambda t \cdot e^{-\lambda t} \cdot df$$

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda}$$

Vemos que el MTTF y la tasa de fallos son recíprocos.

Tiempo medio entre fallos MTBF

Se demuestra que para la distribución exponencial el MTBF es igual a la inversa de la tasa de fallos y por lo tanto igual al MTTF o sea:

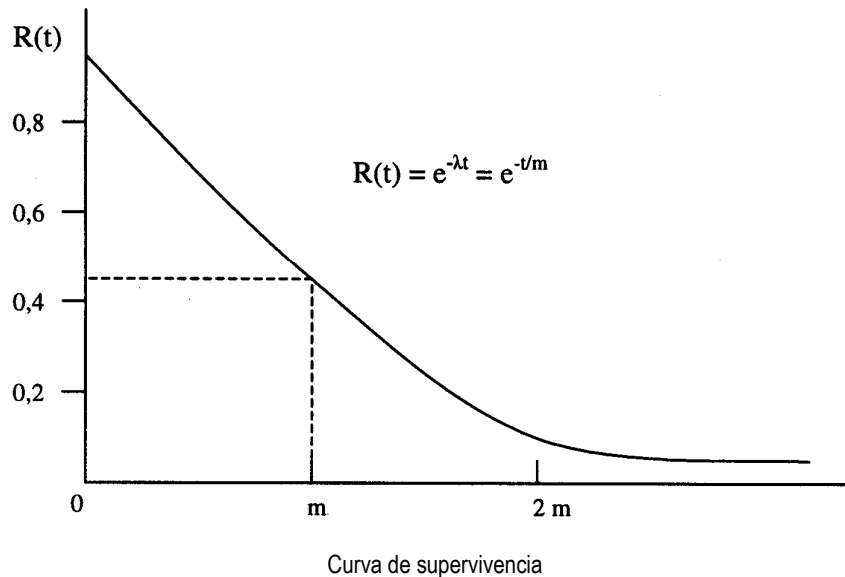
$$\text{MTBF} = m = \frac{1}{\lambda} = \text{MTTF}$$

m = probabilidad de supervivencia (esperanza de vida)

Al igual que λ , el parámetro m describe completamente la fiabilidad de un dispositivo sujeto a fallos de tipo aleatorio, esto es, la fiabilidad exponencial. La función de fiabilidad, llamada también “probabilidad de supervivencia” se puede escribir por tanto:

$$R(t) = e^{-\frac{t}{m}}$$

Si llevamos a un gráfico esta función, con los valores de $R(t)$ en ordenadas y los valores correspondientes de t en abscisas, se obtiene la “curva de supervivencia”, representada en la siguiente figura



La fórmula anterior proporciona la probabilidad de supervivencia del dispositivo para cualquier intervalo de tiempo comprendido dentro del ámbito de la vida útil del mismo, o sea desde el momento 0 al momento t . Se supone que el dispositivo ha superado las misiones precedentes y que no se encuentra al final de su vida útil durante el curso de la misión considerada.

La primera hipótesis se representa gráficamente por la condición:

$$R(t) = 1 \quad \text{para } t = 0$$

La segunda está contenida en la condición fundamental $\lambda = \text{cte.}$

Una interpretación bastante extendida del MTBF es su asimilación al tiempo asignado a la misión T_m , a partir del hecho que se cumplirá:

$$R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{t}{MTBF}}$$

Al identificar el tiempo medio entre fallos con la duración de la misión se deduce que la fiabilidad de la misión es:

$$R(t) = e^{-1} = 0,368 (36,8 \%)$$

El dispositivo tiene una probabilidad de sobrevivir del 36,8%. En la práctica esto significa que poniendo en funcionamiento 100 dispositivos del mismo tipo, cuando hayan pasado un número de horas $t = m = \text{MTBF}$ funcionarán aproximadamente 37, habiendo fallado los 63 restantes.

Para el caso de $t = m/10$, la curva señala una fiabilidad $R = 0,905$ (90,5%) y para el caso de $t = m/100$, la fiabilidad es $R = 0,99$ (99%).

Ejemplo práctico

Durante el programa de mantenimiento anual que realiza una empresa se han recogido los datos de fallos de un conjunto de 50 válvulas mecánicas habiendo fallado 2 de ellas. Para reprogramar el programa de mantenimiento preventivo que se lleva actualmente en la empresa se desea saber:

- Tasa de fallos anual para dichas válvulas.
- ¿Qué probabilidad tiene una válvula de fallar antes de alcanzar un tiempo de funcionamiento de 4 meses?
- ¿Cuál será la probabilidad de que la 1 válvula esté en funcionamiento al cabo de 6 meses?
- ¿Cuál será la probabilidad de que el tiempo de vida esté comprendido entre 4 y 6 meses?
- Determinar un intervalo de vida con un nivel de confianza (centrado) del 90%.

Resolución:

- La tasa de fallos será la relación entre el número de válvulas falladas y el número total de válvulas en funcionamiento:

$$\lambda = \frac{2}{50} = 4 \cdot 10^{-2}$$

- La probabilidad de que una válvula falle antes de un número determinado de meses viene expresado por la infiabilidad $F(t)$:

$$\begin{aligned} F(t) &= 1 - e^{-\lambda t} \\ &= 4 \cdot 10^{-2} \end{aligned}$$

t: tiempo expresado en años

Luego: para $T = 1/3$, se tendrá:

$$F(t) = 1 - e^{(-4 \cdot 10^{-2} \cdot 1/3)} = 1 - 1 / 1,013288 = 1 - 0,986886 = 0,013114\%$$

La probabilidad de que el dispositivo falle antes de cuatro meses será del 1,3114 %

- La probabilidad de que no se haya producido el fallo antes de los 6 meses será la fiabilidad para ese tiempo que resultará:

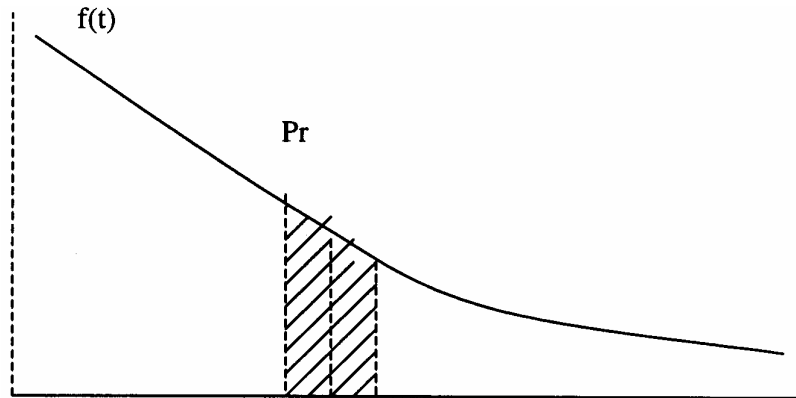
$$R(t) = e^{-\lambda t} = e^{(-4 \cdot 10^{-2} \cdot 1/2)} = e^{(-0,02)} = 0,98$$

Esto quiere decir que existe una probabilidad del 98 % de que una válvula no se averíe antes de los seis meses.

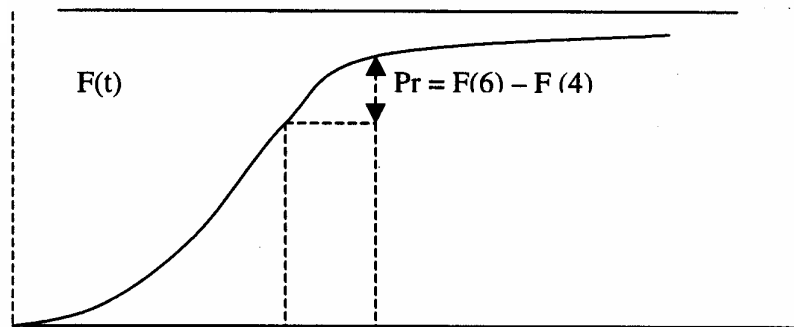
- d) La probabilidad de que el tiempo de vida esté comprendido entre 4 y 6 meses será la diferencia entre la probabilidad de que falle antes de los 6 meses y la de que falle antes de los 4 meses, matemáticamente será la diferencia entre las infiabilidades de ambos períodos de tiempo, o sea:

$$\begin{aligned} Pr &= F\left(\frac{1}{2}\right) - F\left(\frac{1}{3}\right) = \\ &= \left(1 - e^{-\frac{1}{2}}\right) - \left(1 - e^{-\frac{1}{3}}\right) = \\ &= e^{-\frac{1}{3}} - e^{-\frac{1}{2}} = 0,1124 \quad (11,24 \%) \end{aligned}$$

Ahora veamos gráficamente como se representa

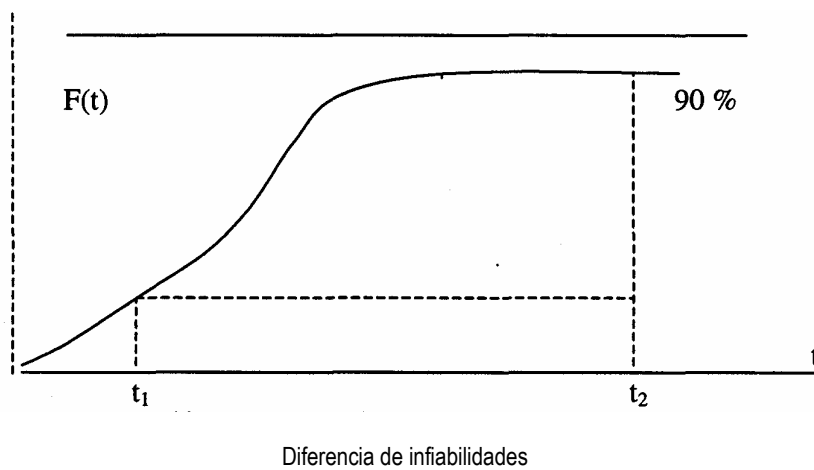
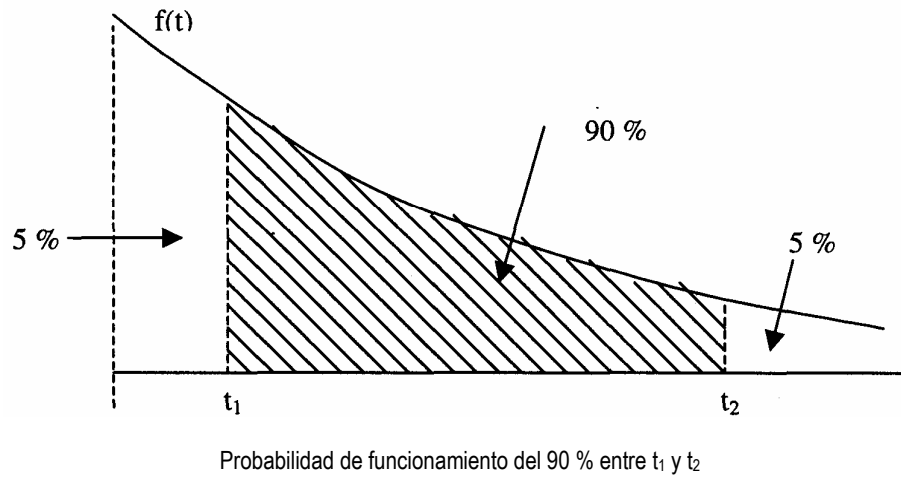


Probabilidad de funcionamiento



Diferencia de infiabilidades

- e) Para determinar un intervalo de vida con una confianza del 90 %



Luego debe verificarse que los valores de la infiabilidad para los momentos t_1 y t_2 serán respectivamente:

$$F(t_1) = 0,05$$

$$F(t_2) = 0,95$$

Sustituyendo las expresiones anteriores por sus respectivos valores tendremos:

$$1 - e^{-t_1} = 0,05$$

$$1 - e^{-t_2} = 0,95$$

Despejando:

$$e^{-t_1} = 0,95$$

$$e^{-t_2} = 0,05$$

Invirtiendo:

$$e^{(t_1)} = 1,06 \text{ de donde } t_1 = 0,05826 \text{ años}$$

$$e^{(t_2)} = 20 \text{ de donde } t_2 = 2,9957 \text{ años}$$

Luego, para un nivel de confianza del 90 % la vida de la válvula estará comprendida entre 0,05826 y 2,9957 años.

Vida útil

Se llama “vida útil” al período de vida de un dispositivo durante el cual es válida la fórmula indicada de la fiabilidad. Su duración varía de un dispositivo a otro, es importante que el tiempo t que utilicemos en la fórmula no supere la vida útil del aparato.

Por ejemplo, si la vida útil de un componente es de 1000 horas, su fiabilidad puede preverse en base a la fórmula indicada para un intervalo de tiempo cualquiera comprendido en las primeras 1000 horas de vida del componente. A partir de ese momento la fórmula exponencial no es aplicable porque, terminada la vida útil, la tasa de fallos del dispositivo no es constante y empieza a crecer significativamente.

Durante la vida útil la fiabilidad es aproximadamente la misma para períodos de tiempo de funcionamiento iguales. Así la fiabilidad es la misma para las primeras 10 horas que para las 10 últimas, o sea la fiabilidad es la misma para el período comprendido entre la hora 0 y la hora 10 que entre la hora 990 y la hora 1000. Lo anterior lo podemos comprobar mejor mediante un ejemplo:

Sea que un dispositivo que después del período de rodaje dispone de 1000 horas de vida útil con una tasa de fallos constante de $\lambda = 0,0001$ fallos / hora, veremos que su fiabilidad no varía en el curso de toda su vida útil.

El dispositivo tendrá una fiabilidad para 10 horas de:

$$R(10) = e^{-0,0001 \cdot 10} = 0,999 \quad (99,9 \%)$$

La probabilidad de que el dispositivo no sufra ningún fallo durante todo el período de su vida útil es:

$$R(1000) = e^{-0,0001 \cdot 1000} = e^{-0,1} = 0,9048 \quad (90,48 \%)$$

En otras palabras el dispositivo considerado tiene aproximadamente un 90 % de probabilidades de sobrevivir durante todo el período de su vida útil desde el momento de su puesta en servicio. Pero, una vez ha sobrevivido 990 horas, la probabilidad de que sobreviva durante el resto de las 10 horas hasta completar su vida útil será del 99,9 %. Si éste dispositivo debiese funcionar por encima de las 1000 horas, comenzarían a manifestarse fenómenos de desgaste y para cada período de tiempo sucesivo de 10 horas disminuiría la fiabilidad correspondiente, mientras que la tasa de fallos aumentaría rápidamente.

En conclusión, la fiabilidad de un dispositivo cualquiera es constante para períodos de tiempo de utilización iguales si:

- se eliminan los fallos infantiles con un rodaje apropiado
- el dispositivo ha sobrevivido al funcionamiento durante los períodos anteriores al considerado

- no se supera el límite de vida útil más allá del cual la fiabilidad disminuye con mayor o menor rapidez

2.7.2. El modelo de Weibull

El modelo probabilístico de Weibull es muy flexible, pues la ley tiene tres parámetros que permiten “ajustar” correctamente toda clase de resultados experimentales y operacionales. Contrariamente al modelo exponencial, la ley de Weibull cubre los casos en que la tasa de fallo λ es variable y permite por tanto ajustarse a los periodos de “juventud” y a las diferentes formas de “envejecimiento”. Recordemos la curva “bañera” de $\lambda(t)$.

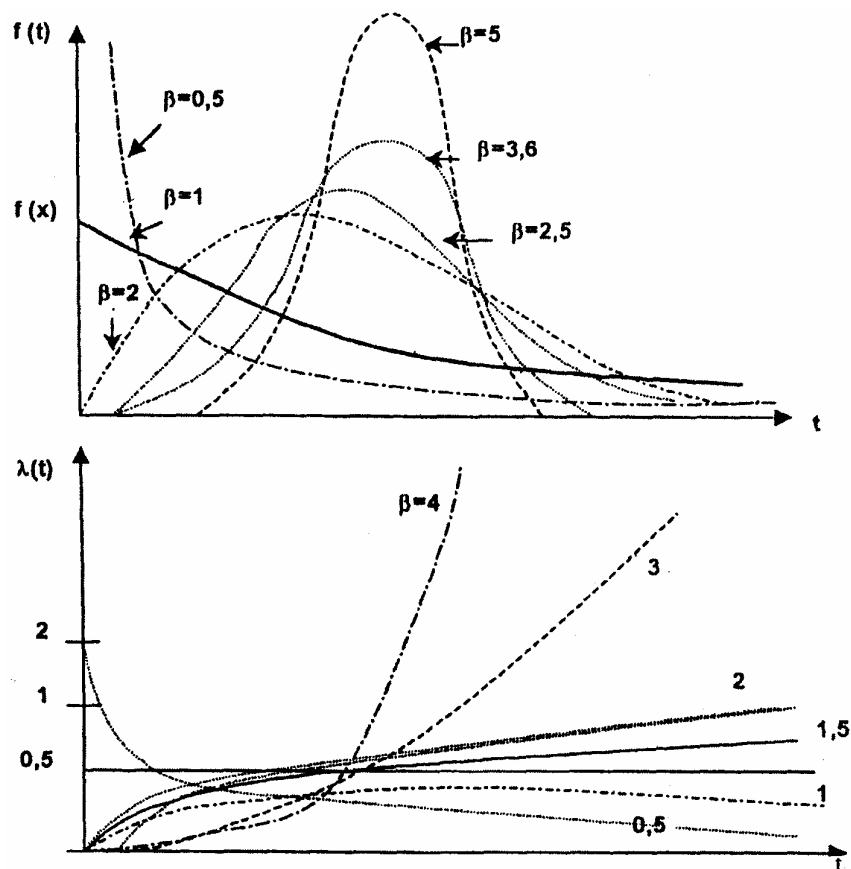
Para su utilización se precisan los resultados de ensayo de muestras o la toma de datos de funcionamiento (TBF = intervalo entre dos fechas de averías).

Estos resultados permiten estimar la función de repartición $F(t)$ que corresponde a cada instante t .

La determinación de los tres parámetros permite, utilizando tablas, evaluar la MTBF y la desviación típica. Por otra parte, el conocimiento del parámetro de forma β es un útil de diagnóstico del tipo de fallo cuando el quipo en estudio es una caja negra.

Gráficos de $f(t)$ y $\lambda(t)$

Los siguientes gráficos muestran el polimorfismo de la ley de Weibull bajo influencia del parámetro de forma β , ambos graficos estan dados para $\eta = 2$ y $\gamma = 0$.



Expresiones matemáticas

Sea la variable aleatoria continua t , distribuida de acuerdo con la ley de Weibull

a. Densidad de probabilidad $f(t)$

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left[\frac{t - \gamma}{\eta} \right]^{\beta-1} \cdot e^{-\left[\frac{t - \gamma}{\eta} \right]^\beta} \text{ siendo } t \geq \gamma$$

β : se llama parámetro de forma $\beta > 0$

η : se llama parámetro de escala $\eta > 0$

γ : se llama parámetro de posición $-\infty < \gamma < +\infty$

b. Función de repartición $F(t)$

$$F(t) = 1 - e^{-\left[\frac{t - \gamma}{\eta} \right]^\beta}$$

La fiabilidad correspondiente es por lo tanto $R(t) = 1 - F(t)$:

$$R(t) = e^{-\left[\frac{t - \gamma}{\eta} \right]^\beta}$$

Observación para $\gamma = 0$ y $\beta = 1$, se vuelve a encontrar la distribución exponencial, caso particular de la ley de Weibull.

En este caso,

$$\lambda = \frac{1}{\eta} = \frac{1}{MTBF}$$

c. Tasa instantánea de fallo $\lambda(t)$

$$\lambda = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$$

$$\lambda = \frac{\beta}{\eta} \left[\frac{t - \gamma}{\eta} \right]^{\beta-1}$$

Siendo:

$$t \geq \gamma$$

$$\beta > 0$$

$$\eta > 0$$

Explotación:

Si $\beta < 1$, $\lambda(t)$	decrece: período de juventud (rodaje, desarrollo).
Si $\beta = 1$, $\lambda(t)$	es constante: independencia del proceso y del tiempo.
Si $\beta > 1$, $\lambda(t)$	crece: fase de obsolescencia que se puede analizar detalladamente para orientar el diagnóstico.
$1,5 < \beta < 2,5$	fenómeno de fatiga.
$3 < \beta < 4$	fenómeno de desgaste, de corrosión (iniciado en el tiempo $t = \gamma$), de sobrepasar un umbral (campo de deformación plástica).
$\beta = 3,5$	$f(t)$ es simétrica, la distribución es “normal”.

Mientras que el material electrónico demuestra una larga fase de vida a λ constante, el material electromecánico, a causa de los fenómenos de desgaste, no muestra aplanamientos en la “curva bañera” y debe, por tanto ser modelizado por la ley de Weibull.

d. Duración de vida t asociada a un nivel de fiabilidad $R(t)$

Como se ha visto anteriormente es posible asociar a cada instante t una probabilidad $R(t)$. Recíprocamente a menudo es interesante si se parte de un nivel de fiabilidad $R(t)$, hallar el instante t correspondiente. En particular, se llama L_{10} a la duración de vida “nominal” asociada al nivel $R(L_{10}) = 0,90$ (notación generalizada en las duraciones de vida nominales de los rodamientos).

Desarrollo:

$$R(t) = e^{-\left[\frac{t-\gamma}{\eta}\right]^\beta}$$

Si se toma el logaritmo neperiano en los dos miembros se obtiene:

$$\ln R(t) = -\left[\frac{t-\gamma}{\eta}\right]^\beta \qquad \ln \frac{1}{R(t)} = \left[\frac{t-\gamma}{\eta}\right]^\beta$$

$$\ln \left[\frac{1}{R(t)} \right]^{1/\beta} = \frac{t-\gamma}{\eta}$$

De donde:

$$t = \gamma + \eta \cdot \ln \left[\frac{1}{R(t)} \right]^{1/\beta}$$

Y en particular, para el nivel $R(t) = 0,90$

$$L_{10} = \gamma + \eta \cdot \ln \left[\frac{1}{0,9} \right]^{1/\beta}$$

$$L_{10} = \gamma + \eta \cdot \ln(0,105)^{1/\beta}$$

La duración de la vida se puede estimar después de haber determinado los tres parámetros de la Ley de Weibull.

Preparación de los datos

Los datos para los estudios de fiabilidad provienen, muy a menudo de los históricos de fallos, y a veces de los resultados de ensayos.

En todos los casos se calculan los TBF y se clasifican por orden creciente. En un histórico, el TBF es el intervalo de tiempo transcurrido entre dos averías, que se localizan por su fecha. Para un ensayo, el TBF es el tiempo registrado antes de alcanzar el umbral de degradación.

El número de TBF registrados es N , tamaño de la muestra.

- Si $N > 50$, se reagruparán los TBF por clases

En este caso, la frecuencia acumulada es expresada:

$$F(i) = \frac{i}{N} = \frac{\sum ni}{N}$$

Es muy cercana a la función repartición $F(t)$ de la ley de Weibull

- Si $50 > N > 20$, se dará un rango i a cada fallo (se dirá el i -ésimo fallo)

Entonces se utilizará la fórmula de aproximación de los rangos medianos:

$$F(i) = \frac{i}{N+1}$$

i = número de orden de falla

N = Tamaño de la muestra

- Si $20 > N$, se aplicará la fórmula de aproximación de los rangos medianos:

$$F(i) = \frac{i-0,3}{N+0,4}$$

Ejemplo para $N = 6$

$$F(4) = \frac{4 - 0,3}{6 + 0,4} = 0,579$$

Tabla de análisis:

Orden i	TBF	F(i)	F(t) aproximada expresada en %
4	$5,2 \cdot 10^5$ ciclos	0,579	57,9 %

Observación: en caso de que el tamaño de la muestra sea muy grande, una estimación empírica de la de la fiabilidad proporciona resultados suficientes y no es necesario el empleo de la ley de Weibull.

En este caso:

$$R(t) = \frac{N(t)}{N_0}$$

$$f(t) = \frac{N(t) - N(t\Delta t)}{N_0}$$

$$\lambda.(t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t}$$

y la MTBF se estima por la fórmula:

$$MTBF = \sum_{t=1}^{\infty} t \cdot f(t)$$

Noción del nivel de confianza para F(t) tablas de intervalo de confianza

Si se asigna una probabilidad $P = 0,90$ a la función $F(t)$ hallada, entonces tendrán 90 probabilidades sobre 100 de que $F(t)$ y también su complemento $R(t)$ está comprendida en un intervalo $[\alpha_1, \alpha_2]$.

Este intervalo se llama “banda de confianza”.

La probabilidad 0,90 es el “nivel de confianza”.

En las tablas se pueden ver tabulados los límites del 10 % y del 90 %, en el caso de aproximación por los rangos medianos.

a. Ejemplo de utilización

Volvamos a tomar los valores de la formula del análisis precedente:

Orden i	TBF	F(i)	Rango del 5 %	Rango del 95 %
4	$5,2 \cdot 10^5$	57,9 %	33,3 %	79,9 %

b. Significado

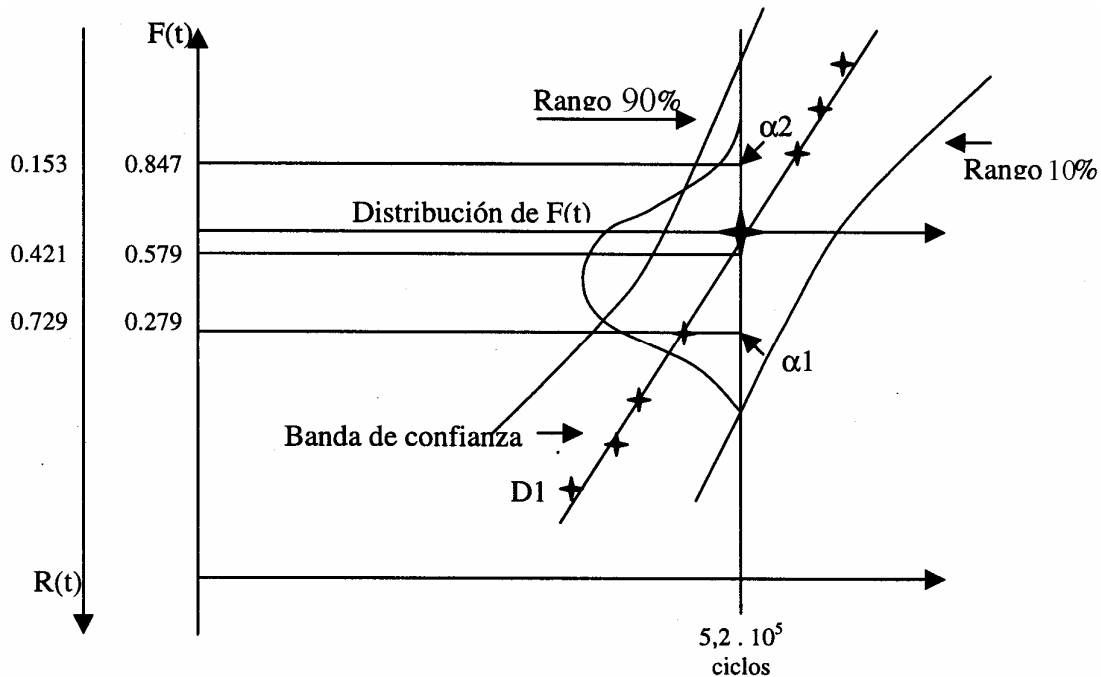
El intervalo de confianza mostrado en la tabla es (0,333; 0,799). Si se sustituye la noción de $F(t) = 0,579$ por la noción probabilística:

$$\text{Prob. } (0,333 < F(t) < 0,799) = 0,90$$

ó también:

$$\text{Prob } (0,333 > F(t) = 0,10) \quad \text{Prob } (0,333 < F(t) = 0,90)$$

$$\text{Prob } (0,799 < F(t) = 0,10) \quad \text{Prob } (0,799 > F(t) = 0,90)$$



Por complementariedad de $F(t)$ es posible dar un intervalo de confianza a la fiabilidad $R(t)$, para el valor particular $t = 5,2 \cdot 10^5$ ciclos:

$$\text{Pro } (0,153 < R(t) < 0,719) = 0,90$$

Calculo de los parámetros de la distribución de Weibull

Un método de calcular los parámetros de la distribución de Weibull es usando o trazando el gráfico de probabilidad. Para ilustrar mejor este procedimiento, consideremos el siguiente ejemplo.

Ejemplo de aplicación

Tenemos que seis unidades idénticas, con una confiabilidad probada de los mismos niveles de tensión de operación y uso. Todas estas unidades fallan durante la prueba después de funcionar el siguiente número de horas: T_i : 93, 34, 16, 120, 53 y 75. Estime los valores de los parámetros para una distribución de Weibull y determine la confiabilidad de las unidades para un valor de misión de 15 horas.

Solución al Ejemplo de aplicación

Para determinar los parámetros a graficar de Weibull que representan los datos, usamos el gráfico de Infiabilidad-tiempo. Se grafica siguiendo las presentes instrucciones.

- 1) Alineamos las fallas en un orden ascendente según lo demostraremos después.

Time to failure hrs	Failure order number out of a sample size of 6
16	1
34	2
53	3
75	4
93	5
120	6

- 2) Obtenemos el valor de su mediana para trazar sus posiciones. Las posiciones medianas del punto se utilizan porque las filas están en un nivel específico de la confianza (del 50 %). Las filas medianas pueden encontrarse tabuladas en función del nivel de confianza. Pueden también ser estimadas usando la siguiente expresión:

$$F(t)\% \approx \frac{i - 0,3}{N + 0,4} \cdot 100$$

En donde i es el número de orden de las fallas y N es el tamaño de muestra total.

Por cálculo:

$$F_{(1)} = \frac{1 - 0,3}{6 + 0,4} \cdot 100 = 10,9\%$$

$$F_{(2)} = \frac{2 - 0,3}{6 + 0,4} \cdot 100 = 26,5\%$$

$$F_{(3)} = \frac{3 - 0,3}{6 + 0,4} \cdot 100 = 42,1\%$$

$$F_{(4)} = \frac{4 - 0,3}{6 + 0,4} \cdot 100 = 57,8\%$$

$$F_{(5)} = \frac{5 - 0,3}{6 + 0,4} \cdot 100 = 73,4\%$$

$$F_{(6)} = \frac{6 - 0,3}{6 + 0,4} \cdot 100 = 89\%$$

Podemos recurrir a tablas de medianas de una distribución normal para un valor de confianza del 50 % con lo cual obtenemos los valores correspondientes para la presente tabla.

Time to failure Hrs	Median rank 50%
16	10,91
34	26,44
53	42,14
75	57,86
93	73,56
120	89,10

A continuación se adjuntan algunas de las tablas que nos ayudan a calcular la fiabilidad en función de la cantidad de casos y el nivel específico de la confianza, de esta forma evitamos realizar los cálculos anteriores. Dichas tablas son utilizadas para muestras menores de 20.

Sample Size=2									
O/N	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0.05130	0.10557	0.16334	0.22540	0.29289	0.36754	0.45228	0.55279	0.68377
2	0.31623	0.44721	0.54772	0.63246	0.70711	0.77460	0.83666	0.89443	0.94868
Sample Size=3									
O/N	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0.03450	0.07170	0.11210	0.15657	0.20630	0.26319	0.33057	0.41520	0.53584
2	0.19580	0.28714	0.36326	0.43293	0.50000	0.56707	0.63674	0.71286	0.80420
3	0.46416	0.58480	0.66943	0.73681	0.79370	0.84343	0.88790	0.92832	0.96549
Sample Size=4									
O/N	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0.02600	0.05430	0.08530	0.11989	0.15910	0.20473	0.25992	0.33126	0.43766
2	0.14256	0.21232	0.27238	0.32917	0.38573	0.44450	0.50841	0.58245	0.67954
3	0.32046	0.41755	0.49159	0.55550	0.61427	0.67083	0.72762	0.78768	0.85744
4	0.56234	0.66874	0.74008	0.79527	0.84090	0.88011	0.91469	0.94574	0.97400
Sample Size=5									
O/N	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0.02090	0.04360	0.06890	0.09710	0.12945	0.16745	0.21400	0.27522	0.36904
2	0.11223	0.16861	0.21803	0.26557	0.31381	0.36499	0.42201	0.49019	0.58389
3	0.24664	0.32660	0.39000	0.44600	0.50000	0.55400	0.61018	0.67300	0.75336
4	0.41611	0.50981	0.57800	0.63500	0.68619	0.73443	0.78197	0.83139	0.88776
5	0.63096	0.72478	0.78600	0.83255	0.87055	0.90288	0.93115	0.95635	0.97915
Sample Size=6									
O/N	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0.01741	0.03651	0.05770	0.08160	0.10910	0.14163	0.18181	0.23528	0.31871
2	0.09260	0.13988	0.18180	0.22258	0.26445	0.30944	0.36036	0.42245	0.51032
3	0.20091	0.26865	0.32332	0.37308	0.42141	0.47078	0.52394	0.58539	0.66681
4	0.33319	0.41461	0.47606	0.52922	0.57859	0.62692	0.67668	0.73135	0.79909
5	0.48968	0.57755	0.63964	0.69056	0.73555	0.77742	0.81820	0.86012	0.90740
6	0.68129	0.76472	0.81819	0.85837	0.89090	0.91839	0.94229	0.96349	0.98259

Sample Size=7

O/N	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0.01490	0.03137	0.04970	0.07040	0.09430	0.12269	0.15802	0.20540	0.28031
2	0.07880	0.11954	0.15592	0.19158	0.22849	0.26851	0.31428	0.37086	0.45256
3	0.16964	0.22833	0.27634	0.32059	0.36412	0.40921	0.45856	0.51676	0.59618
4	0.27860	0.35009	0.40524	0.45390	0.50000	0.54610	0.59476	0.64991	0.72140
5	0.40382	0.48324	0.54145	0.59079	0.63588	0.67941	0.72366	0.77167	0.83036
6	0.54744	0.62914	0.68572	0.73149	0.77151	0.80842	0.84408	0.88046	0.92118
7	0.71969	0.79460	0.84198	0.87731	0.90572	0.92962	0.95032	0.96863	0.98506

Sample Size=8

O/N	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0.01310	0.02750	0.04360	0.06190	0.08300	0.10822	0.13972	0.18223	0.25010
2	0.06860	0.10437	0.13650	0.16816	0.20113	0.23712	0.27859	0.33036	0.40624
3	0.14685	0.19860	0.24133	0.28107	0.32052	0.36179	0.40746	0.46210	0.53821
4	0.23966	0.30323	0.35298	0.39745	0.44016	0.48347	0.52993	0.58366	0.65538
5	0.34462	0.41634	0.47007	0.51653	0.55984	0.60255	0.64702	0.69677	0.76034
6	0.46178	0.53790	0.59254	0.63821	0.67948	0.71893	0.75867	0.80140	0.85314
7	0.59376	0.66963	0.72141	0.76288	0.79887	0.83184	0.86350	0.89563	0.93137
8	0.74989	0.81777	0.86028	0.89178	0.91700	0.93814	0.95639	0.97249	0.98692

Sample Size=9

O/N	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0.01160	0.02450	0.03890	0.05520	0.07410	0.09680	0.12521	0.16375	0.22574
2	0.06077	0.09260	0.12138	0.14985	0.17962	0.21228	0.25014	0.29777	0.36836
3	0.12950	0.17575	0.21423	0.25024	0.28624	0.32417	0.36650	0.41768	0.49008
4	0.21040	0.26755	0.31275	0.35354	0.39308	0.43360	0.47756	0.52914	0.59942
5	0.30097	0.36609	0.41561	0.45900	0.50000	0.54100	0.58439	0.63391	0.69903
6	0.40058	0.47086	0.52244	0.56640	0.60692	0.64646	0.68725	0.73245	0.78960
7	0.50992	0.58232	0.63350	0.67583	0.71376	0.74976	0.78577	0.82425	0.87050
8	0.63164	0.70223	0.74986	0.78772	0.82038	0.85015	0.87862	0.90737	0.93923
9	0.77426	0.83625	0.87479	0.90320	0.92587	0.94482	0.96114	0.97551	0.98836

Sample Size=10

O/N	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0.01050	0.02210	0.03500	0.04980	0.06697	0.08760	0.11343	0.14866	0.20567
2	0.05450	0.08330	0.10928	0.13513	0.16226	0.19214	0.22695	0.27099	0.33685
3	0.11583	0.15763	0.19261	0.22551	0.25857	0.29361	0.33297	0.38094	0.44960
4	0.18756	0.23944	0.28080	0.31840	0.35510	0.39300	0.43447	0.48366	0.55173
5	0.26732	0.32683	0.37258	0.41307	0.45169	0.49072	0.53250	0.58087	0.64578
6	0.35422	0.41913	0.46750	0.50928	0.54831	0.58693	0.62742	0.67317	0.73268
7	0.44827	0.51634	0.56553	0.60701	0.64490	0.68160	0.71920	0.76056	0.81244
8	0.55040	0.61906	0.66703	0.70639	0.74143	0.77448	0.80739	0.84237	0.88418
9	0.66315	0.72901	0.77305	0.80786	0.83774	0.86487	0.89072	0.91674	0.94547
10	0.79433	0.85134	0.88657	0.91244	0.93303	0.95020	0.96496	0.97793	0.98952

Sample Size=11

O/N	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0.00953	0.02010	0.03190	0.04538	0.06107	0.07990	0.10367	0.13611	0.18887
2	0.04950	0.07560	0.09940	0.12305	0.14796	0.17549	0.20768	0.24860	0.31024
3	0.10477	0.14292	0.17496	0.20524	0.23579	0.26831	0.30502	0.35007	0.41516
4	0.16923	0.21671	0.25480	0.28962	0.32380	0.35931	0.39843	0.44522	0.51076
5	0.24053	0.29526	0.33770	0.37553	0.41189	0.44891	0.48890	0.53569	0.59947
6	0.31772	0.37787	0.42318	0.46272	0.50000	0.53728	0.57682	0.62213	0.68228
7	0.40053	0.46431	0.51110	0.55109	0.58811	0.62447	0.66230	0.70473	0.75947
8	0.48924	0.55478	0.60157	0.64069	0.67620	0.71038	0.74520	0.78329	0.83077

9	0.58484	0.64993	0.69498	0.73169	0.76421	0.79476	0.82504	0.85708	0.89523
10	0.68976	0.75140	0.79232	0.82451	0.85204	0.87695	0.90062	0.92438	0.95055
11	0.81113	0.86389	0.89633	0.92008	0.93893	0.95462	0.96810	0.97992	0.99047

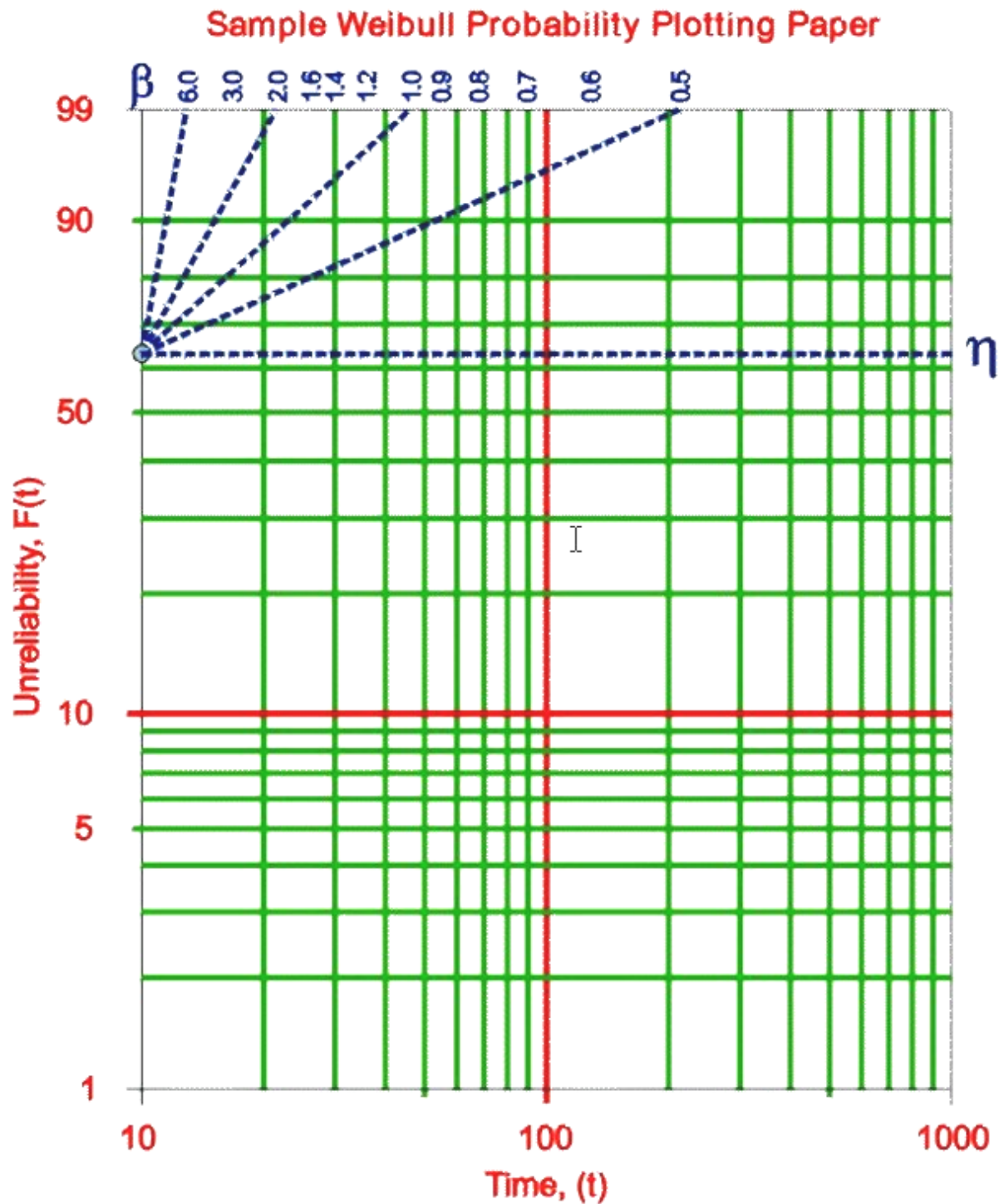
Sample Size=12

O/N	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0.00874	0.01840	0.02930	0.04170	0.05613	0.07350	0.09550	0.12551	0.17460
2	0.04520	0.06930	0.09110	0.11295	0.13598	0.16149	0.19142	0.22962	0.28750
3	0.09570	0.13072	0.16029	0.18831	0.21669	0.24701	0.28138	0.32378	0.38552
4	0.15419	0.19795	0.23323	0.26562	0.29758	0.33092	0.36787	0.41235	0.47527
5	0.21868	0.26931	0.30883	0.34427	0.37853	0.41363	0.45180	0.49685	0.55900
6	0.28817	0.34411	0.38662	0.42400	0.45951	0.49530	0.53358	0.57794	0.63772
7	0.36228	0.42206	0.46642	0.50470	0.54049	0.57600	0.61337	0.65589	0.71183
8	0.44100	0.50315	0.54820	0.58638	0.62147	0.65573	0.69117	0.73069	0.78132
9	0.52473	0.58765	0.63213	0.66908	0.70242	0.73438	0.76677	0.80205	0.84581
10	0.61448	0.67622	0.71862	0.75299	0.78331	0.81169	0.83971	0.86928	0.90435
11	0.71250	0.77038	0.80858	0.83851	0.86402	0.88705	0.90888	0.93074	0.95476
12	0.82540	0.87449	0.90454	0.92649	0.94387	0.95832	0.97071	0.98158	0.99126

Sample Size=13

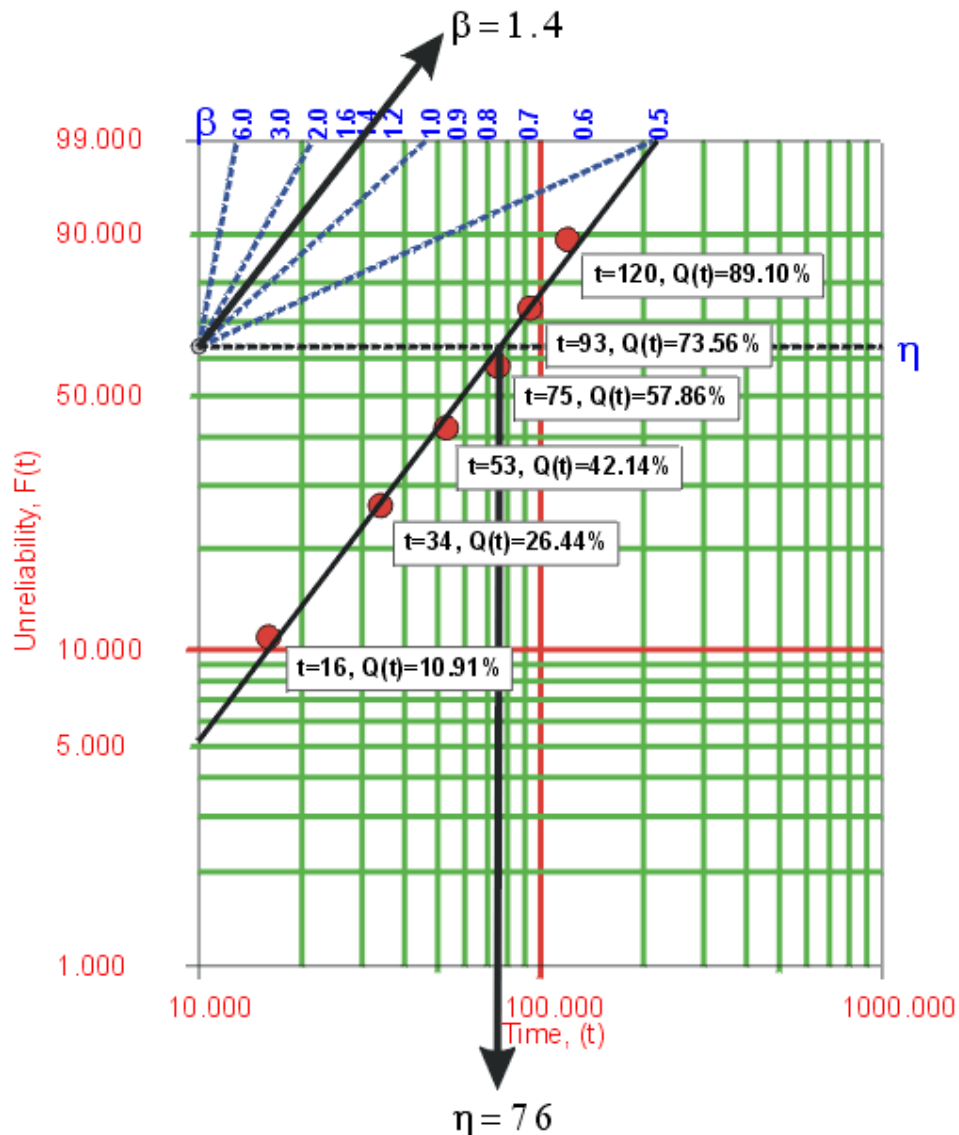
O/N	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0.00807	0.01700	0.02710	0.03850	0.05190	0.06810	0.08850	0.11645	0.16232
2	0.04169	0.06390	0.08410	0.10438	0.12579	0.14956	0.17751	0.21332	0.26784
3	0.08800	0.12044	0.14788	0.17397	0.20045	0.22883	0.26113	0.30114	0.35978
4	0.14161	0.18218	0.21503	0.24531	0.27528	0.30668	0.34163	0.38394	0.44426
5	0.20050	0.24758	0.28453	0.31783	0.35016	0.38346	0.41987	0.46314	0.52343
6	0.26373	0.31596	0.35593	0.39129	0.42508	0.45934	0.49626	0.53939	0.59824
7	0.33086	0.38700	0.42903	0.46558	0.50000	0.53442	0.57097	0.61300	0.66914
8	0.40176	0.46061	0.50374	0.54066	0.57492	0.60871	0.64407	0.68404	0.73627
9	0.47657	0.53686	0.58013	0.61654	0.64984	0.68217	0.71547	0.75242	0.79950
10	0.55574	0.61606	0.65837	0.69332	0.72472	0.75469	0.78497	0.81782	0.85839
11	0.64022	0.69886	0.73887	0.77117	0.79955	0.82603	0.85212	0.87956	0.91200
12	0.73216	0.78668	0.82249	0.85044	0.87421	0.89562	0.91587	0.93611	0.95831
13	0.83768	0.88355	0.91155	0.93194	0.94808	0.96147	0.97294	0.98298	0.99193

En un papel de probabilidad de Weibull, trazamos los tiempos y sus medianas correspondientes. Una muestra del papel de probabilidad de Weibull se da a continuación



Dibujemos y ajustemos la mejor línea recta posible a través de los puntos, entonces una vez obtenida la pendiente de la línea dibujada trazamos una paralela a la misma a través del punto de referencia ubicado en el valor de las ordenadas, esta nueva recta cortará en la parte superior al eje de valores del parámetro de forma.

Diagrama de probabilidad de datos



Para este caso $\beta = 1.4$. En el valor de $Q(t) = 63,2\%$ (línea auxiliar del gráfico) dibujamos una línea horizontal recta hasta que esta línea corta a la línea recta trazada con los valores en estudio, luego bajamos una línea vertical a partir del punto de intersección hasta que cruza la abscisa, en donde obtenemos el valor de η . Para este caso $\eta = 76$ horas (esto está siempre en $63,2\%$ desde $Q(t) = Q = 1 - \exp.-(\eta/t)^\beta = 0,632 = 63,2\%$).

Ahora podemos obtener cualquier valor de confiabilidad para cualquier t de misión solicitado. Por ejemplo la confiabilidad para una misión de 15 horas, o cualquier otra hora, se puede ahora obtener del diagrama o analíticamente.

Para obtener el valor desde el diagrama, dibujamos una línea vertical a partir de la abscisa en $t = 15$ horas donde esta recta corta a nuestra recta de probabilidad de Weibull, ya trazada dibujamos una línea horizontal hasta la ordenada $Q(t)$, en este caso $Q(t) = 9,8\%$. Así $R(t) = 1 - Q(t) = 90,2\%$.

Esto se puede también obtener analíticamente de la función de la confiabilidad de Weibull, puesto que las estimaciones de ambos parámetros se saben:

$$R(t=15) = e^{-\left(\frac{15}{\eta}\right)^\beta} = e^{-\left(\frac{15}{76}\right)^{1.4}} = 90,2\%$$

El 90,2 % de los equipos va a superar las 15 horas.

Probabilidad para obtener el parámetro de localización γ

El tercer parámetro de la distribución de Weibull se utiliza cuando los datos no caen sobre una línea recta (no se la puede ajustar o alinear), sino que adoptan una forma cóncava o curva. Las siguientes conclusiones se pueden hacer con respecto al valor de γ .

Caso 1: Si la curva trazada contra T_j es cóncava atenuada y la curva contra $(T_j - T_1)$ es ascendente cóncava, entonces existe γ un tal que $0 < \gamma < T_1$, o γ tiene un valor positivo.

Caso 2: Si las curvas trazadas contra T_j y contra $(T_j - T_1)$ son ambas ascendentes cóncavas, después existe un valor negativo γ contra la cual se endereza fuera de la curva T_j .

Caso 3: Si no prevalece ni uno ni otro (de los casos anteriores) entonces rechazamos el PDF de Weibull como un valor de distribución de probabilidad de datos de Weibull, o debemos proceder con el análisis múltiple de población (Weibull mezclado).

Para obtener el parámetro de localización γ :

- Reste el mismo valor arbitrario γ a partir de todos los valores de falla y trazamos nuevamente los datos.
- Si la curva inicial es ascendente cóncava reste un valor negativo γ a partir de cada hora de falla.
- Si la curva inicial es de una llanura cóncava reste un valor positivo γ a partir de cada hora de falla.
- Se repetirán hasta que los datos adopten línea recta aceptable.
- El valor de γ adoptado (positivo o negativo) si es restado pone los puntos en una línea recta aceptable.

Los otros dos parámetros entonces se obtienen usando las técnicas descritas previamente. También es importante observar que utilizaremos el término restar una gamma positiva o negativa donde está equivalente restar una gamma negativa a los valores. Observe que al ajustar según gamma, se convierte la escala del x para la línea recta $(T - \gamma)$.

2.7.3. Síntesis algoritmo para el estudio de la ley de Weibull

Preparación de los datos

- 1) Toma de datos de explotación o de ensayos, registrados en los TBF.
- 2) Tabla de clasificación de los TBF por orden creciente.

- 3) Orden i atribuido a cada TBF: $1 \leq i \leq N$.
- 4) Según el tamaño de la muestra N :
 - Si $N > 50$, se descomponen los TBF en clases (número de TBF por clase).
 - Si $N < 50$, cada TBF se explota con su valor propio.
- 5) Evaluación de la frecuencia acumulada $F(i)$, siguiendo los modelos de aproximación más adaptables.

Determinación de los parámetros de Weibull

- 1) Llévase sobre el papel funcional de Weibull:
 - Sobre el eje A, los valores t de TBF.
 - Sobre el eje B, los valores $F(i)$ asociados.

Se obtendrá una nube de puntos M .

- 2) Son posibles dos casos:
 - La nube de puntos se puede ajustar a una recta D_1 (por estimación o aplicando un método de regresión). $\gamma = 0$
 - La nube de puntos se ajusta a una curva C_1 : entonces hay que trasladar todos los puntos M con un mismo valor y hasta la obtención de una recta D_1 . γ
- 3) La recta D_1 corta al eje (t, η) en η . η
- 4) Se traza la paralela D_2 a D_1 que pase por el punto 1 (X, Y) . Esta recta D_2 corta al eje (B, b) en β . β

Explotación directa de los parámetros

- 1) Búsqueda de la MTBF.

Utilizando las tablas que dan A y B tales que:

- $MTBF = A \eta + \gamma$. MTBF
- La desviación típica $\sigma = \beta \eta$. σ

Se puede conocer entonces la variancia $V = \sigma^2$. V

- 2) Trazados y aplicaciones numéricas de las leyes $R(t)$, $F(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ dado que las ecuaciones están definidas por los tres parámetros hallados.

Así se puede determinar gráfica o analíticamente en cada instante t :

la fiabilidad $R(t)$

la función de repartición	$F(t)$
la función distribución	$f(t)$
la tasa de fallo instantáneo	$\lambda(t)$

- 3) Las relaciones recíprocas en particular en el instante t , asociado a un nivel de fiabilidad:

$$t = \gamma + \eta L_n \left[\frac{1}{R(t)} \right]^{1/\beta}$$

La duración de vida nominal: $L_{10} = \gamma + \eta (0,105)^{1/\beta}$. L_{10}

- 4) Nivel de confianza acordado para las estructuras de $F(t)$ y de $R(t)$.

Otras explotaciones de la ley de Weibull

- 1) Partiendo del parámetro β y de consideraciones económicas, se puede optimizar el período de reemplazo sistemático de un subconjunto frágil.
- 2) A partir de la MTBF se puede calcular la disponibilidad.
- 3) Cuando $\beta > 1$ se puede simular la conveniencia económica de una acción correctiva.

Si no se hace corrección, $\beta = 3$ (por ejemplo), se tendrá un coste C_{M1} en el horizonte de dos o tres años.

Si se hace corrección $\beta = 1$ (por supresión del modo de fallo predominante), se tendrá un coste C_{m2} , elemento de justificación.

- 4) Fiabilidad provisional de los rodamientos.

Comentario: se puede establecer un programa informático simple a partir de la ley de Weibull con dos parámetros ($\gamma = 0$) que evite el estudio gráfico.

2.7.4. Distribución de Poisson

Es otra ley de distribución para variables discretas. Su función de densidad tiene la expresión:

$$f(t) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^t}{t!} \quad \text{para } t = 0, 1, 2, \dots, n$$

donde “ n ” es la cantidad total de fallos o valores de la variable estudiada.

La función de distribución será:

$$F(t) = \sum_{t=0}^n \frac{e^{-\lambda} \lambda^t}{t!}$$

2.7.5. Aplicación de Fiabilidad en empresas

A continuación veremos un ejemplo de aplicación de fiabilidad en empresas

Ejemplo 1: Presentación de la Empresa *

Esta es una empresa dedicada a la fabricación y comercialización de tubos de acero con costura para usos generales y especiales.

Con el transcurso del tiempo la organización fue evolucionando de acuerdo a los nuevos paradigmas impuestos por el mercado, ampliando su gama de productos, como así también extendiendo su red de comercialización en todo el país. Sus productos son comercializados tanto en el mercado interno como en el mercado externo, principalmente con países integrantes del Mercosur.

Productos fabricados por la empresa

Tubos de acero con costura para aplicaciones mecánicas y usos estructurales.

La fabricación de tubos de acero con costura es el principal producto fabricado en chapa de acero SAE 1010 laminada en caliente y laminada en frío, de secciones circulares, rectangulares y cuadradas, desde diámetros de once milímetros hasta setenta y seis milímetros, con espesores que oscilan entre 0,7 mm hasta 3,6 mm. Además de tubos de secciones ovaladas, semi-ovaladas y especiales a requerimientos del cliente, con largos de fabricación de 4 metros hasta 8 metros; existiendo una abundante cantidad de dimensiones comprendidas entre las medidas anteriormente citadas, siendo las dimensiones de los tubos tanto en milímetros como en pulgadas.

Tubos de aceros especiales.

En segundo término, la empresa fabrica tubos de aceros especiales o con algún tipo de recubrimiento:

- Tubos de acero con costura fabricados con chapa aluminizada.

(chapa que tiene el alma de acero SAE 1010 y en el exterior, en ambos lados, una película de aluminio).

- Tubos de acero con costura fabricados con chapa zincada.

(chapa con alma de acero SAE 1010 y con recubrimiento de zinc por inmersión en ambos lados), cabe acotar que en ambos casos, chapa aluminizada y chapa zincada por inmersión, vienen ya como materia prima en esas condiciones, es decir en la empresa no se recubre con aluminio ni se realiza el proceso de zincado por inmersión.

- Tubos de acero inoxidable AISI 409 L.

Perfiles de chapa.

Un tercer producto fabricado por la empresa son los perfiles laminados, realizados con cualquier tipo de chapa de acero, desde espesores de 0.7 mm hasta 2.5 mm.

Las dimensiones y formas son de acuerdo a los requerimientos de los clientes, fabricándose solo dos tipos de perfiles standard.

Tubos trefilados

En menor escala se realiza a pedido trefilación de tubos de acero.

Servicios realizados por la Empresa

- Servicio de corte de caños a medida.
- Servicio de lavado de caños cortados.

Maquinarias Principales

Se define como maquinaria principal, a aquella utilizada específicamente para la fabricación del tubo, denominadas “Líneas de fabricación de Tubos”. Además se incluye como maquinaria principal a la línea de corte longitudinal, que corta las bobinas en flejes. La empresa cuenta con cinco líneas de fabricación de tubos, de las cuales se están utilizando solo dos, y una línea de corte longitudinal:

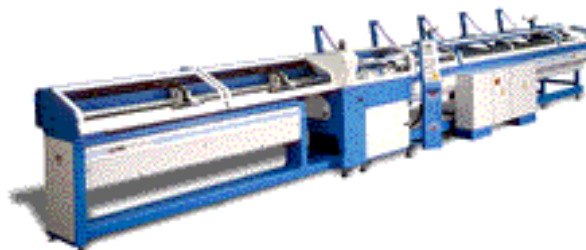
Máquina Nro 6 :

- Produce tubos de Diámetro 1” hasta 3” y espesores desde 0.9 mm hasta 4mm.
 - Dimensiones: 9m x 78m.
 - Potencia Instalada: 700 Kw.

Máquina Nro 7:

- Produce tubos de Diámetro 9.5 hasta 26 mm y espesores desde 0.5 hasta 2 mm.
- Dimensiones: 9m x 78m.
- Potencia Instalada: 700 Kw.

Máquina Nro 01:



- Realiza corte de caños desde 30 mm hasta 4000 mm.
- Medio de corte: Sierra circular.

Máquina Nro 02 :



- Realiza corte de caños desde 30 mm hasta 2000 mm.

Máquina de Corte Longitudinal (Slitter):

Esta máquina se encuentra en la sucursal de San Luis, por lo cuál no será motivo de estudio del presente trabajo.

- Corta bobinas hasta 1500 mm de ancho, y espesores desde 0,7mm hasta 3,2mm, el peso máximo de las bobinas a cortar es de 15.000 kg.
- Dimensiones: 6m x 15m - Potencia Instalada: 80 kW.

Puentes Grúa

Los puentes grúa son utilizados para el movimiento de materiales, carga de camiones, descarga de materia prima, carga y descarga de máquina.

Fase de análisis

Para comenzar con el análisis, se verificó la existencia de datos acerca de los fallos ocurridos en las máquinas que son motivo de estudio del presente trabajo. En la empresa se llevan registros de los fallos ocurridos, el origen de los mismos y la fecha en que acontecieron. Esta información es suficiente para poder predecir el comportamiento futuro de las máquinas, lo que nos permitirá obtener el tiempo medio entre ciclos de mantenimiento. Los datos obtenidos corresponden a un periodo de tiempo igual a seis meses (periodo Julio - Diciembre 2002), en el cual ocurrieron una cantidad determinada de averías, las mismas fueron clasificadas en función de su origen en:

- Neumáticas / Hidráulicas.
- Eléctricas / Electrónicas.
- Mecánicas.
- Software y Otras.

Análisis de Fiabilidad

Fiabilidad: es la probabilidad de que un dispositivo realice adecuadamente su función prevista a lo largo del tiempo, cuando opera en el entorno para el que ha sido diseñado.

Si bien los fallos se clasificaron en distintos grupos (anteriormente mencionados), para el presente análisis se ha tomado para cada máquina un solo grupo integral de fallos, ya que al poseer como datos solo uno o dos fallos en algunos de los grupos no era posible realizar el análisis.

El objetivo de este análisis es el de prevenir las pérdidas que ocasionaría la parada de producción y velar por el aseguramiento de la calidad de productos y del proceso.

Para cada maquina se presentara el histórico de fallos y el análisis de fiabilidad mediante la utilización del papel de Weibull.

Para cada maquina se obtendrá:

- Parámetro de forma β : Representa las distribuciones de duración entre fallos estudiados. Es representado por la pendiente de la recta que describe el grado de variación de la tasa de fallos.
- Parámetro de escala η : Vida característica del elemento
- Parámetro de posición t_0 : (Vida mínima). Indica la fecha de inicio de los fallos y define el punto de partida u origen de la distribución.

Análisis Máquina Nº 6– Conformadora de tubos

- **Histórico de fallos** (periodo Julio - Diciembre)

CÓDIGO	DESCRIPCIÓN FALLO	FECHA	DURACION (MIN.)
2	CAMBIO DE COLIZAS EN MORDAZA	04/07	45
5	CAMBIO DE BOQUILLA	16/07	65
14	LIMPIEZA DE SENSORES	31/07	35
7	CAMBIO DE FRENO	13/08	70
1	CAMBIO DE FERRITA	19/08	105
16	RESTAURACION DEL SOFT	27/08	165
15	CAMBIO DE FUENTE PLC	31/08	70
9	CAMBIO DE RODAMIENTOS	09/09	40
17	CALIBRACION DE REGULADOR DE POTENCIA	22/09	110
14	LIMPIEZA DE SENSORES	08/10	50
5	CAMBIO DE BOQUILLA	17/10	60
10	CAMBIO DE DISCO DE CORTE	22/10	15
22	CAMBIO ROTURA DE VALVULA FRL	31/10	25
3	CAMBIO DEL VASTAGO EN MORDAZA	12/11	200
20	CAMBIO DE BOMBA SOLUBLE	21/11	35
14	LIMPIEZA DE SENSORES	08/12	40
11	CAMBIO DE TERMICA	16/12	15
19	CAMBIO DE VALVULA HIDRAULICA	23/12	145
		TOTAL	1290

• **Datos para el Análisis**

FECHA DE FALLO	DÍA DE FALLO	TIEMPO ENTRE FALLO
04/07	4	4
16/07	16	12
31/07	31	15
13/08	44	13
19/08	50	6
27/08	58	8
31/08	62	4
09/09	71	9
22/09	84	13
08/10	100	16
17/10	109	9
22/10	114	5
31/10	123	9
12/11	135	12
21/11	144	9
08/12	161	17
16/12	169	8
23/12	176	7

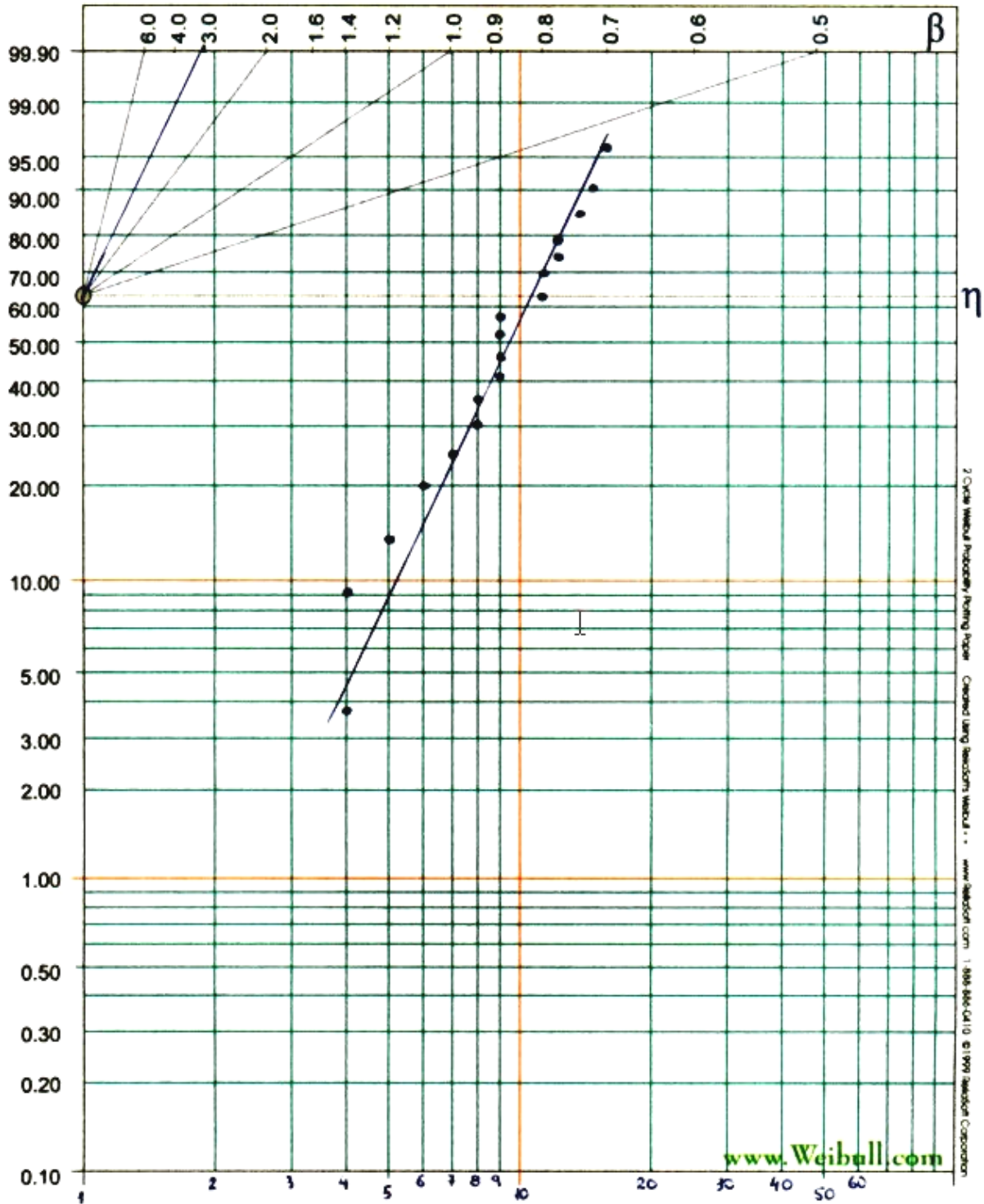
n	TIEMPO ENTRE FALLOS ORDENADO	F (t)	%
1	4	0,0378	3,78%
2	4	0,0922	9,22%
3	5	0,1465	14,65%
4	6	0,2009	20,09%
5	7	0,2553	25,53%
6	8	0,3092	30,92%
7	8	0,3641	36,41%
8	9	0,4184	41,84%
9	9	0,4778	47,78%
10	9	0,5272	52,72%
11	9	0,5816	58,16%
12	12	0,6339	63,39%
13	12	0,6993	69,93%
14	13	0,7447	74,47%
15	13	0,7991	79,91%
16	15	0,8535	85,35%
17	16	0,9078	90,78%
18	17	0,9622	96,22%

Siendo:

F(t): Valores medios clasificados (tabla N° 2).

%; Valores medios clasificados expresados en porcentaje.

- Gráfico – Papel de Weibull



Análisis de los resultados obtenidos del papel de Weibull

PARAMETRO DE FORMA [β]	PARAMETRO DE ESCALA [η]	DESVIACION TIPO [σ] (DIAS)	MTBF (DIAS)	R(L10) (DIAS)	F(t) (DIAS) 7	F(t) (DIAS) 10	F(t) (DIAS) 15
3,1	10	3,15	8,91	4,84	28%	63%	97%

$\sigma/\eta =$	0,315	(Tabla Nº 1)
$G \times (1+1/B) =$	0,8913	(Tabla Nº 1)
Nivel de confianza =	0,9	90%

Siendo:

β : parámetro de forma, calculado en el papel Weibull.

η : parámetro de escala, calculado en el papel Weibull.

σ : desviación tipo, calculada por tabla1.

MTBF: media de tiempo de buen funcionamiento, calculada por tabla1.

R(L₁₀): fiabilidad o duración de vida nominal del equipo, para un nivel de confianza del 90%.

F(t): infiabilidad del equipo, para: 7, 10 y 15 días.

Conclusión

- $3 < \beta < 4$, fase de obsolescencia, lo que implica una tasa de fallos λ creciente, estos fallos son producidos posiblemente por desgastes desde el momento de puesta en servicio del equipo.
- Partiendo de β y de consideraciones económicas, se puede optimizar el periodo de reemplazo sistemático (por medio de un buen mantenimiento preventivo).
- A partir del MTBF, se puede calcular la disponibilidad de máquina.
- Todos los resultados obtenidos, sirven de comparación con posteriores análisis para ver la evolución del sistema de mantenimiento.

Análisis Máquina Nº 7– Conformadora de tubos

- **Histórico de fallos** (periodo Julio - Diciembre 2002)

CÓDIGO	DESCRIPCIÓN FALLO	FECHA	DURACION (MIN.)
4	LIMPIEZA DE LA MORDAZA	08/07	35
14	LIMPIEZA DE SENSORES	23/07	50
20	CAMBIO DE BOMBA SOLUBLE	28/07	30
18	CAMBIO DE BOMBA HIDRAULICA	14/08	65
21	CAMBIO DE MANGUERA SOLUBLE	28/08	40
16	RESTAURACION DEL SOFT	03/09	160
6	REPARACION DEL EQUIPO SOLDADURA	12/09	215
10	CAMBIO DE DISCO DE CORTE	27/09	25
14	LIMPIEZA DE SENSORES	14/10	80
23	REPARACION DEL SISTEMA NEUMATICO DE FRENADO	18/10	75
13	CALIBRACION Y AJUSTE DE SENSOR	27/10	45
17	CALIBRACION DE REGULADOR DE POTENCIA	11/11	50
9	CAMBIO DE RODAMIENTOS	24/11	110
8	REPARACION DE CINTA TRANSPORTADORA	02/12	95
10	CAMBIO DE DISCO DE CORTE	09/12	35
14	LIMPIEZA DE SENSORES	23/12	40
		TOTAL	1150

• **Datos para el Análisis**

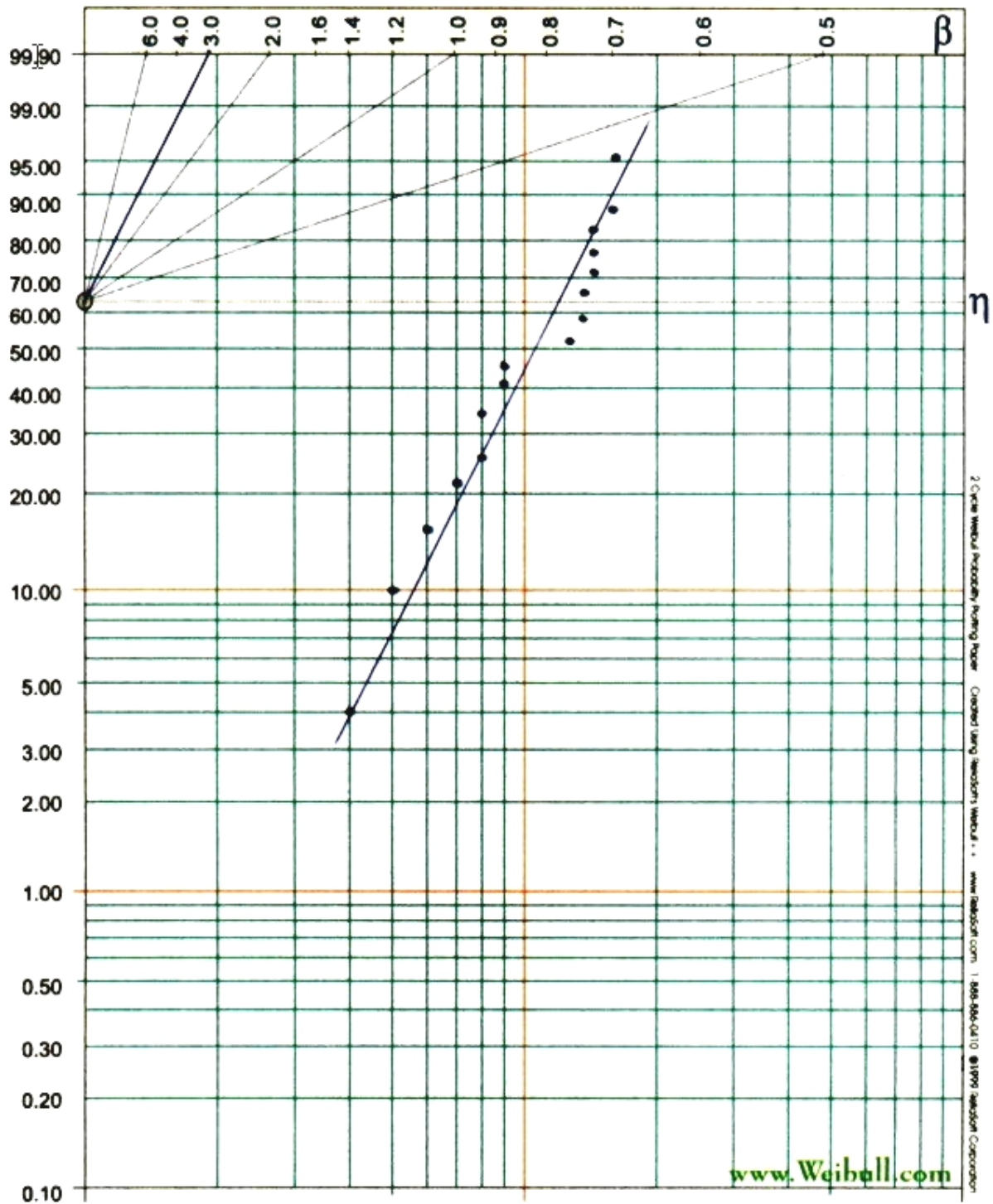
FECHA DE FALLO	DÍA DE FALLO	TIEMPO ENTRE FALLO	n	TIEMPO ENTRE FALLOS ORDENADO	F (t)	%
08/07	8	8	1	4	0,0424	4,24%
23/07	23	15	2	5	0,1034	10,34%
28/07	28	5	3	6	0,1654	16,54%
14/08	45	17	4	7	0,2234	22,34%
28/08	59	14	5	8	0,2665	26,65%
03/09	65	6	6	8	0,3475	34,75%
12/09	74	9	7	9	0,4085	40,85%
27/09	89	15	8	9	0,4695	46,95%
14/10	106	17	9	13	0,5303	53,03%
18/10	110	4	10	14	0,5913	59,13%
27/10	119	9	11	14	0,6573	65,73%
11/11	134	15	12	15	0,7133	71,33%
24/11	147	13	13	15	0,7746	77,46%
02/12	155	8	14	15	0,8356	83,56%
09/12	162	7	15	17	0,8766	87,66%
23/12	176	14	16	17	0,9576	95,76%

Siendo:

F(t): Valores medios clasificados (tabla N° 2).

%; Valores medios clasificados expresados en porcentaje.

- Gráfico – Papel de Weibull



Análisis de los resultados obtenidos del papel de Weibull

PARAMETRO DE FORMA [β]	PARAMETRO DE ESCALA [η]	DESVIACION TIPO [σ] (DIAS)	MTBF (DIAS)	R(L10) (DIAS)	F(t) (DIAS) 7	F(t) (DIAS) 10	F(t) (DIAS) 15
3	12	3,84	10,73	5,67	18%	44%	86%

$\sigma/\eta =$	0,32	(Tabla N° 1)
$G \times (1+1/B) =$	0,8938	(Tabla N° 1)
Nivel de confianza =	0,9	90%

Siendo:

β : parámetro de forma, calculado en el papel Weibull.

η : parámetro de escala, calculado en el papel Weibull.

σ : desviación tipo, calculada por tabla1.

MTBF: media de tiempo de buen funcionamiento, calculada por tabla1.

R(L₁₀): fiabilidad o duración de vida nominal del equipo, para un nivel de confianza del 90%.

F(t): infiabilidad del equipo, para: 7, 10 y 15 días.

Conclusión

- $3 < \beta < 4$, fase de obsolescencia, lo que implica una tasa de fallos λ creciente, estos fallos son producidos posiblemente por desgastes desde el momento de puesta en servicio del equipo.
- Partiendo de β y de consideraciones económicas, se puede optimizar el periodo de reemplazo sistemático (por medio de un buen mantenimiento preventivo).
- A partir del MTBF, se puede calcular la disponibilidad de máquina.
- Todos los resultados obtenidos, sirven de comparación con posteriores análisis para ver la evolución del sistema de mantenimiento.

Análisis Máquina Nº 01 – Cortadora de tubos

- **Histórico de fallos** (periodo Julio - Diciembre 2002)

CÓDIGO	DESCRIPCIÓN FALLO	FECHA	DURACION (MIN.)
27	CAMBIO DE DISCO DE CORTE	21/07	35
24	CAMBIO DE ROLO TRACTOR	28/07	55
28	REPARACION DE CADENA DE ARRASTRE DEL REBABADOR	06/08	80
34	CAMBIO CILINDRO HIDRAULICO DEL DISCO DE CORTE	29/08	125
32	CAMBIO DE AMORTIGUADOR REBABADORA	16/09	160
24	CAMBIO DE ROLO TRACTOR	14/10	40
30	LIMPIEZA DE SENSOR DE TOPE	22/10	60
27	CAMBIO DE DISCO DE CORTE	10/11	45
26	CAMBIO DE CINTAS EN EL BUNKER	02/12	65
35	CAMBIO BOMBA DE SOLUBLE Y LUBRICANTE	23/12	150
		TOTAL	815

- **Datos para el Análisis**

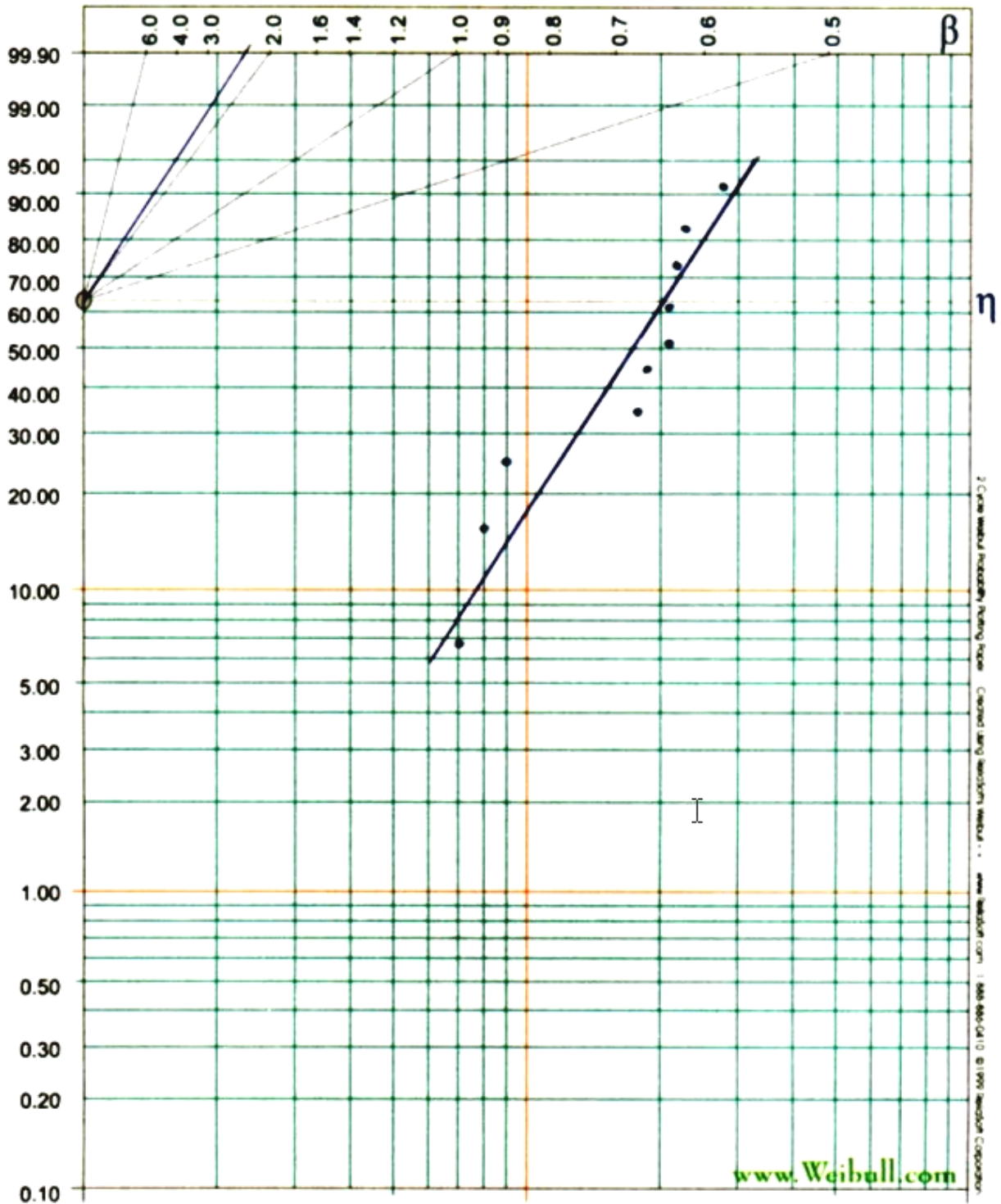
FECHA DE FALLO	DIA DE FALLO	TIEMPO ENTRE FALLO	n	TIEMPO ENTRE FALLOS ORDENADO	F (t)	%
21/07	21	21	1	7	0,0681	6,81%
28/07	28	7	2	8	0,1632	16,32%
06/08	37	9	3	9	0,2591	25,91%
29/08	60	23	4	18	0,3551	35,51%
16/09	78	18	5	19	0,4517	45,17%
14/10	106	28	6	21	0,5181	51,81%
22/10	114	8	7	21	0,614	61,40%
10/11	133	19	8	22	0,7406	74,06%
02/12	155	22	9	23	0,8368	83,68%
23/12	176	21	10	28	0,9176	91,76%

Siendo:

F(t): Valores medios clasificados (tabla N° 2).

%: Valores medios clasificados expresados en porcentaje.

- Gráfico – Papel de Weibull



Análisis de los resultados obtenidos del papel de Weibull

PARAMETRO DE FORMA [β]	PARAMETRO DE ESCALA [η]	DESVIACION TIPO [σ] (DIAS)	MTBF (DIAS)	R(L10) (DIAS)	F(t) (DIAS) 7	F(t) (DIAS) 10	F(t) (DIAS) 15
2,4	22	8,58	19,50	8,61	6%	14%	33%

$\sigma/\eta =$	0,39	(Tabla N° 1)
$G \times (1+1/B) =$	0,8865	(Tabla N° 1)
Nivel de confianza =	0,9	90%

Siendo:

β : parámetro de forma, calculado en el papel Weibull.

η : parámetro de escala, calculado en el papel Weibull.

σ : desviación tipo, calculada por tabla1.

MTBF: media de tiempo de buen funcionamiento, calculada por tabla1.

R(L₁₀): fiabilidad o duración de vida nominal del equipo, para un nivel de confianza del 90%.

F(t): infiabilidad del equipo, para: 7, 10 y 15 días.

Conclusión

- $1,5 < \beta < 2,5$, fase de obsolescencia, lo que implica una tasa de fallos λ creciente, estos fallos son producidos posiblemente por fatiga.
- Partiendo de β y de consideraciones económicas, se puede optimizar el periodo de reemplazo sistemático (por medio de un buen mantenimiento preventivo).
- A partir del MTBF, se puede calcular la disponibilidad de máquina.
- Todos los resultados obtenidos, sirven de comparación con posteriores análisis para ver la evolución del sistema de mantenimiento.

Análisis Máquina Nº 02 – Cortadora de tubos

- **Histórico de fallos** (período Julio - Diciembre 2002)

CÓDIGO	DESCRIPCIÓN FALLO	FECHA	DURACION (MIN.)
27	CAMBIO DE DISCO DE CORTE	08/07	40
24	CAMBIO DE ROLO TRACTOR	01/08	35
30	LIMPIEZA DE SENSOR DE TOPE	01/09	65
25	CAMBIO DE CEPILLOS DE REBABADO	23/09	260
31	CALIBRACION DE SENSOR OPTICO	23/10	85
24	CAMBIO DE ROLO TRACTOR	12/11	45
29	CAMBIO DE SENSOR INDUCTIVO DEL DISCO DE CORTE	26/11	95
33	CAMBIO CILINDRO NEUMATICO (DEDO)	15/12	55
		TOTAL	680

• **Datos para el Análisis**

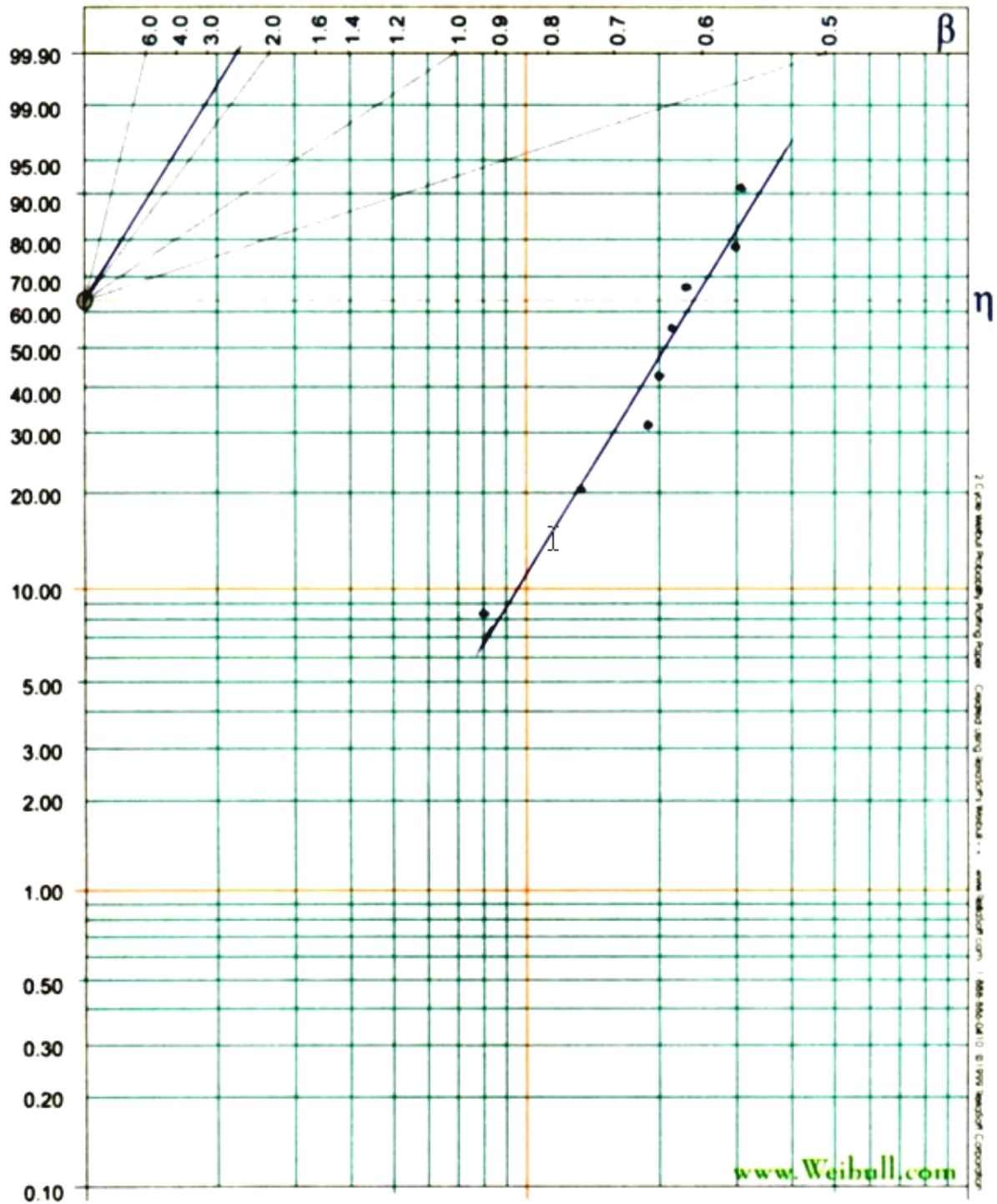
FECHA DE FALLO	DÍA DE FALLO	TIEMPO ENTRE FALLO	n	TIEMPO ENTRE FALLOS ORDENADO	F (t)	%
08/07	8	8	1	8	0,083	8,30%
01/08	32	24	2	14	0,2021	20,21%
01/09	63	31	3	19	0,3213	32,13%
23/09	85	22	4	20	0,44	44,00%
23/10	115	30	5	22	0,5595	55,95%
12/11	135	20	6	24	0,6787	67,87%
26/11	149	14	7	30	0,7919	79,19%
15/12	168	19	8	31	0,917	91,70%

Siendo:

F(t): Valores medios clasificados (tabla N° 2).

%; Valores medios clasificados expresados en porcentaje.

- Gráfico – Papel de Weibull



Análisis de los resultados obtenidos del papel de Weibull

PARAMETRO DE FORMA [β]	PARAMETRO DE ESCALA [η]	DESVIACION TIPO [σ] (DIAS)	MTBF (DIAS)	R(L10) (DIAS)	F(t) (DIAS) 7	F(t) (DIAS) 10	F(t) (DIAS) 15
2,5	25	9,50	22,18	10,16	4%	10%	24%

$\sigma/\eta =$	0,38	(Tabla N° 1)
$G \times (1+1/B) =$	0,8873	(Tabla N° 1)
Nivel de confianza =	0,9	90%

Siendo:

β : parámetro de forma, calculado en el papel Weibull.

η : parámetro de escala, calculado en el papel Weibull.

σ : desviación tipo, calculada por tabla1.

MTBF: media de tiempo de buen funcionamiento, calculada por tabla1.

R(L₁₀): fiabilidad o duración de vida nominal del equipo, para un nivel de confianza del 90%.

F(t): infiability del equipo, para: 7, 10 y 15 días.

Conclusión

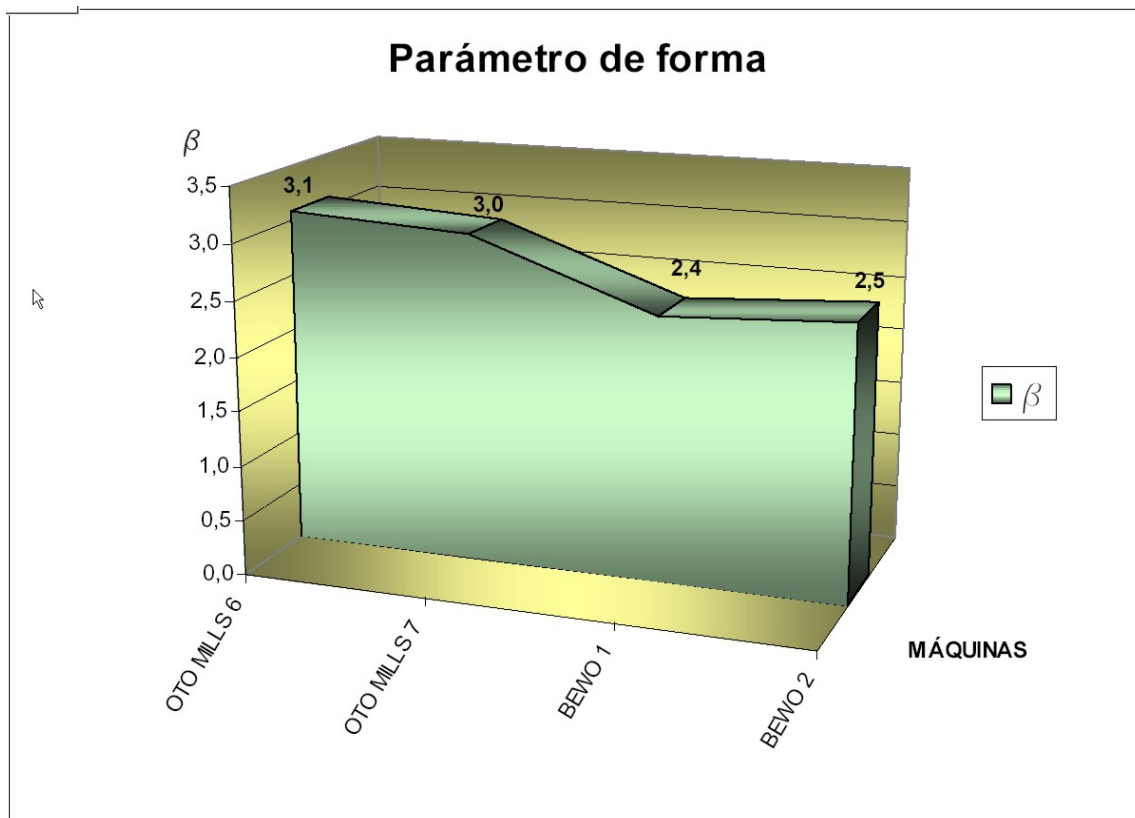
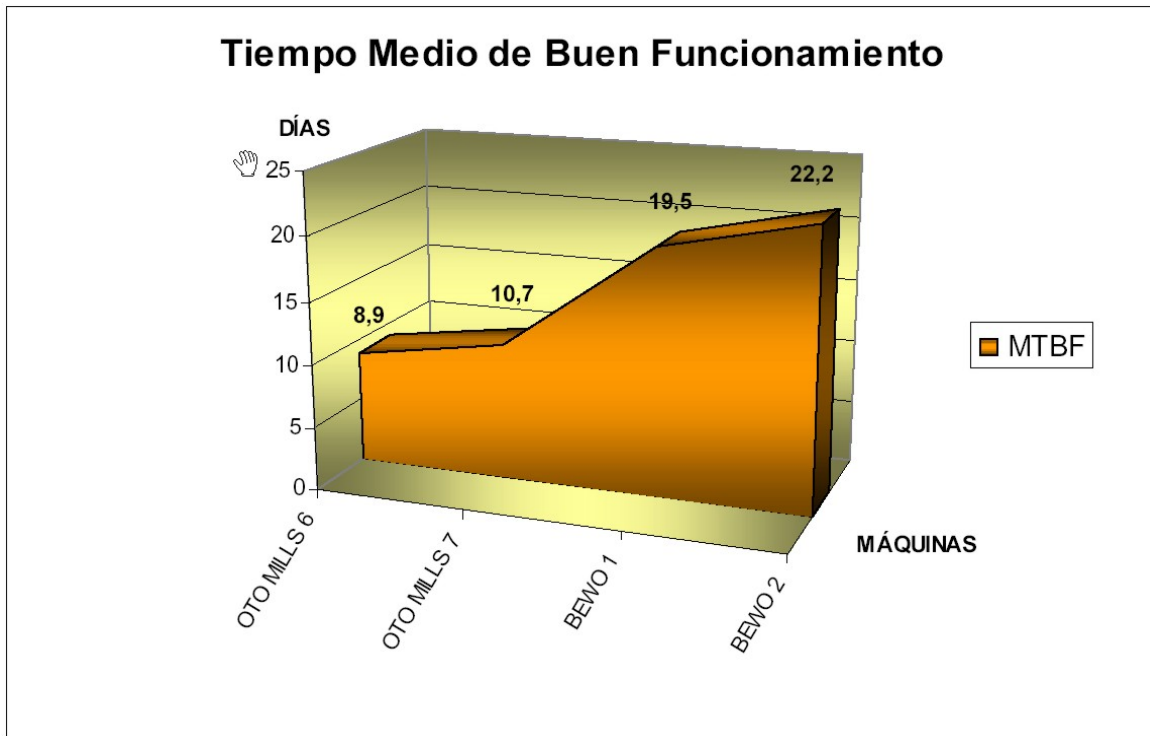
- $1,5 < \beta < 2,5$, fase de obsolescencia, lo que implica una tasa de fallos λ creciente, estos fallos son producidos posiblemente por fatiga.
- Partiendo de β y de consideraciones económicas, se puede optimizar el periodo de reemplazo sistemático (por medio de un buen mantenimiento preventivo).
- A partir del MTBF, se puede calcular la disponibilidad de máquina.
- Todos los resultados obtenidos, sirven de comparación con posteriores análisis para ver la evolución del sistema de mantenimiento.

Resumen gráfico del análisis

Los siguientes gráficos nos ayudan a visualizar el funcionamiento de las máquinas y además servirán de comparación con gráficos futuros para ver la evolución de las mismas y del sistema de mantenimiento propuesto.

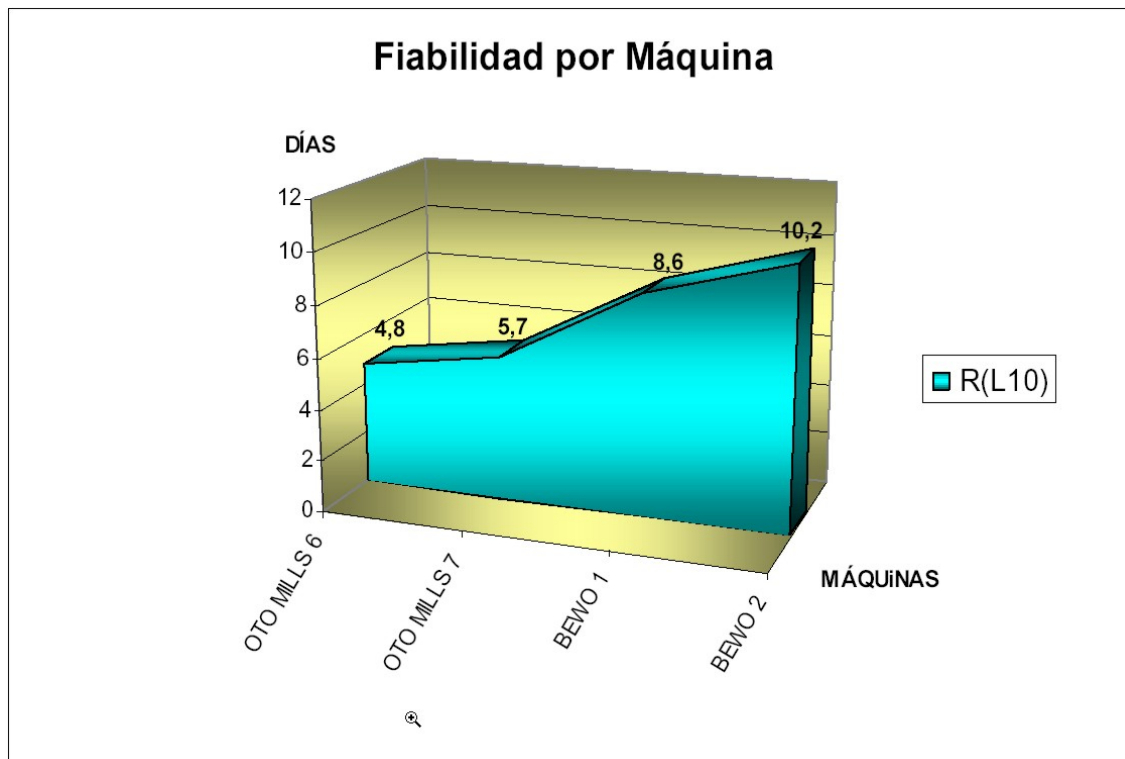
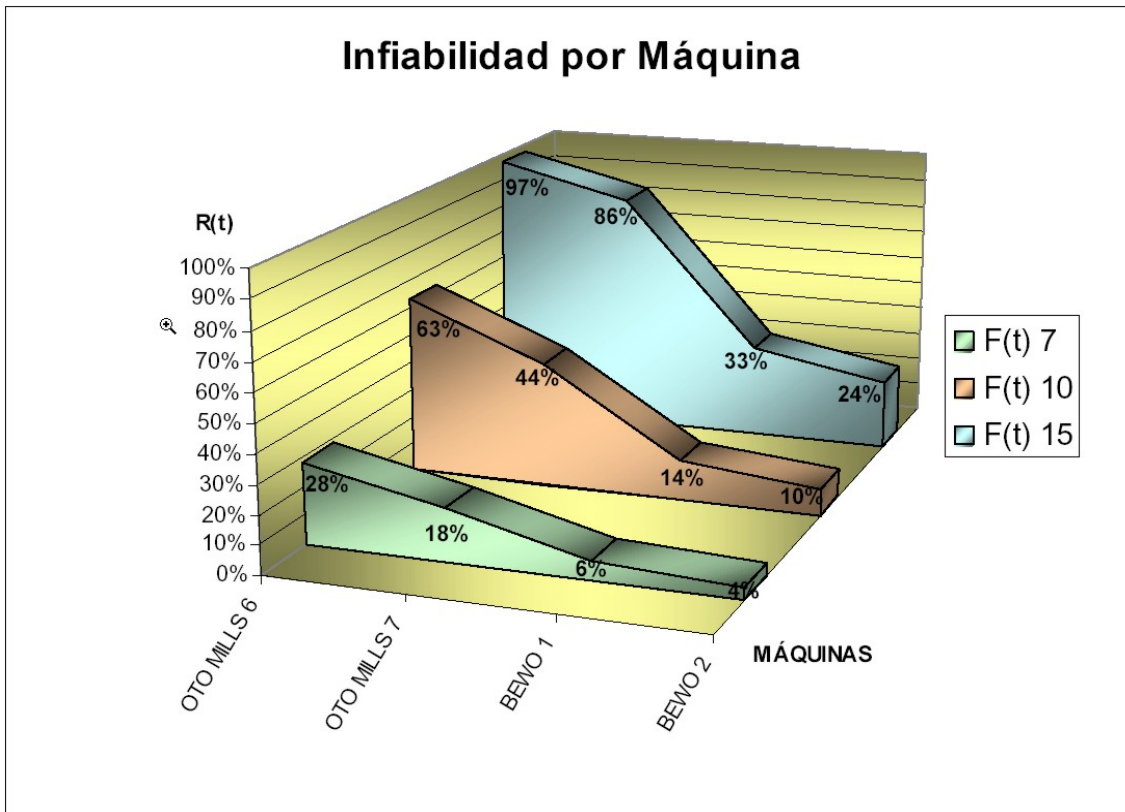
MTBF por máquina

(β) Parámetro de forma por máquina



$R(L_{10})$ Fiabilidad por máquina

$F(t)$ Fiabilidad por máquina para los distintos (t)



Ejemplo 2

En esta empresa se realizó un análisis de la fiabilidad de determinadas máquinas para determinar en que etapa de la curva de la bañera se encontraban.

Tabla para el análisis de la fiabilidad

Análisis de Fiabilidad Fresadora 32									
TIPO DE MAQUINARIA		Nº DE MAQUINARIA	FECHA	HORA DE PARADA	HORA DE ENTREGA	CAUSA	TIPO DE FALLA	TBF (horas)	TPO DE PAR.
Fresadora	32	763	23/05/00	16.08		Cable a tierra de CNC cortado	Eléctrica	16,75	1
Fresadora	32	1172	18/10/00	22.00	23.66	Sistema de mando averiado	Electrónica	32,84	2
Fresadora	32	1175	20/10/00	18.83	19.00	Potenciometro giro husillo de CNC mal	Electrónica	43,17	3
Fresadora	32	768	24/05/00	19.83	21.16	Interface SLU quemada	Electrónica	43,83	4
Fresadora	32	858	27/06/00	7.50	9.50	Electrovalvulas de frenado eje Z bloqueadas	Eléctrica	110,00	5
Fresadora	32	520	18/01/00	8.33	9.25	Monitor CNC dañado	Electrónica	116,33	6
Fresadora	32	92	10/01/00	11.50	12.00	Acete emulsionado	Instalación	122,17	7
Fresadora	32	1811	06/12/00	1.50	1.86	Potenciometro de CNC quemado	Electrónica	174,17	8
Fresadora	32	95	09/05/00	17.00	19.00	Tornillos cubrebancada eje X cortados	Mecánica	184,75	9
Fresadora	32	1142	13/02/01	16.50	20.75	Cubre bandera eje Y desacoplada	Mecánica	280,5	10
Fresadora	32	1641	20/03/01	11.25	15.00	Cambio de carbones y limpieza de colector motor de husillo	Eléctrica	281,25	11
Fresadora	32	794	08/06/00	7.50	20.16	Límite eje Z dañado, regla y traductor sucios	Mecánica	299,50	12
Fresadora	32	762	22/05/00	20.50	23.33	Teclado alfanumérico de CNC dañado	Electrónica	313,50	13
Fresadora	32	855	22/06/00	13.41	17.50	CNC dañado	Electrónica	329,25	14
Fresadora	32	149	02/05/00	23.00	0.25	Tarjeta Fidia quemada	Electrónica	369,50	15
Fresadora	32	596	05/01/00	8.33	9.33	Potenciometro y lámparas quemadas,	Electrónica	430,00	16
Fresadora	32	880	18/07/00	10.00	11.33	pulsadores en mal estado en CNC	Electrónica	504,50	17
Fresadora	32	607	09/02/00	5.50	8.50	Crapodina con juego motor eje Z	Mecánica	524,25	18
Fresadora	32	1628	08/03/01	17.00	18.00	Cables CNC cortados	Eléctrica	548,25	19
Fresadora	32	1668	19/04/01	11.41	13.00	Ventilador Rack Fidia no funciona	Electrónica	716,41	20
Fresadora	32	1062	24/08/00	1.00	3.00	Micro pedal toma de herramienta quemado	Mecánica	877,87	21
Fresadora	32	1462	28/11/00	16.16	19.33	Tornillos de forzador de aire cortados	Electrónica	933,16	22
Fresadora	32	1190	17/10/00	10.50	13.16	Captor eje Z dañado	Electrónica	1303,50	23
Fresadora	32	1514	02/02/01	22.00	0.00	Cables CNC cortados	Electrónica	1412,14	24
Fresadora	32		17/04/00	7.50	13.50	Bomba dañada	Instalación	1631,00	25
Fresadora	32					Monitor y Disquetes CNC dañados	Electrónica		
								MTBF	464
								COEF DE CORR	0.90
								β	2.5
								η	464

Gráfico – Papel de Weibull

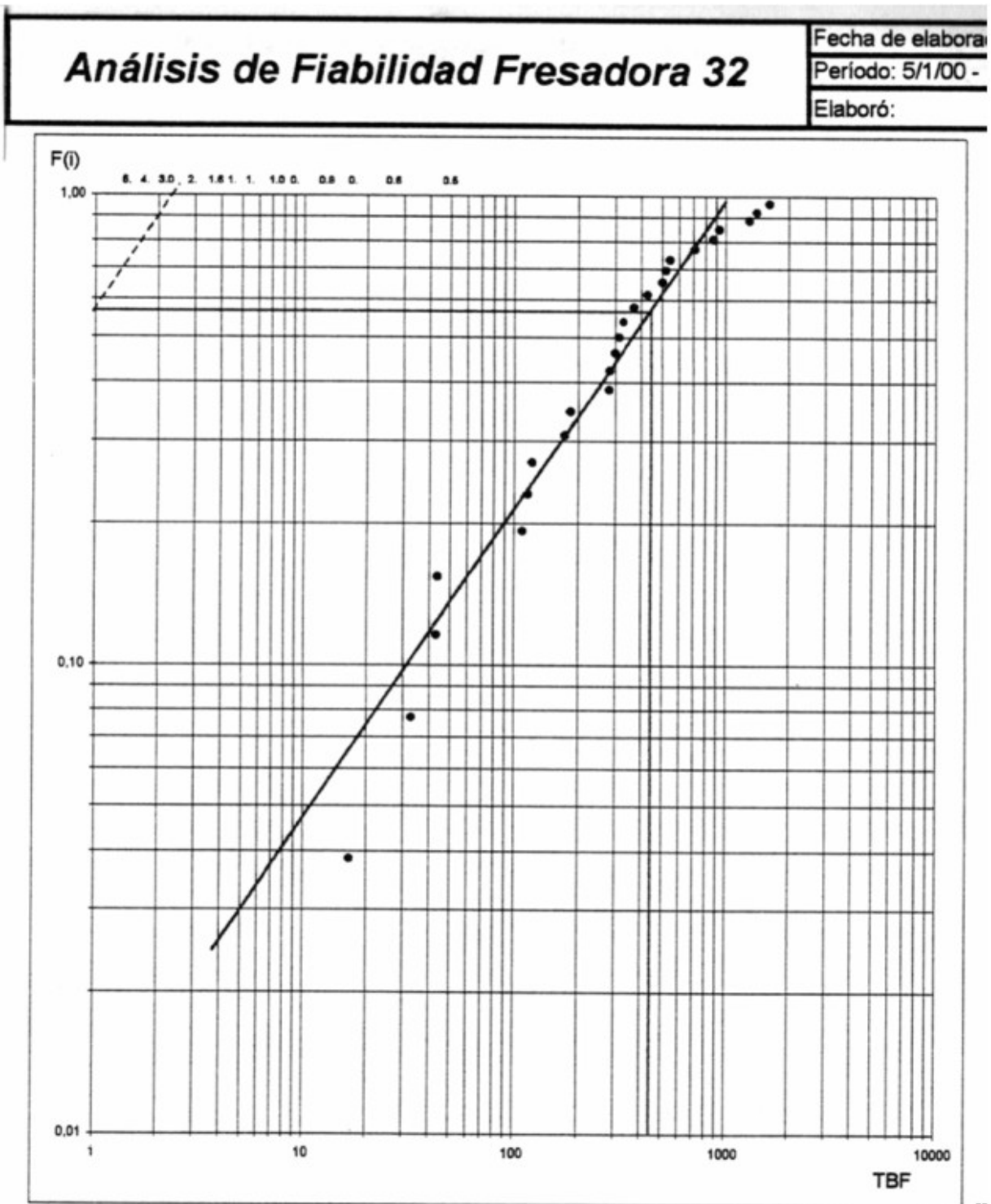
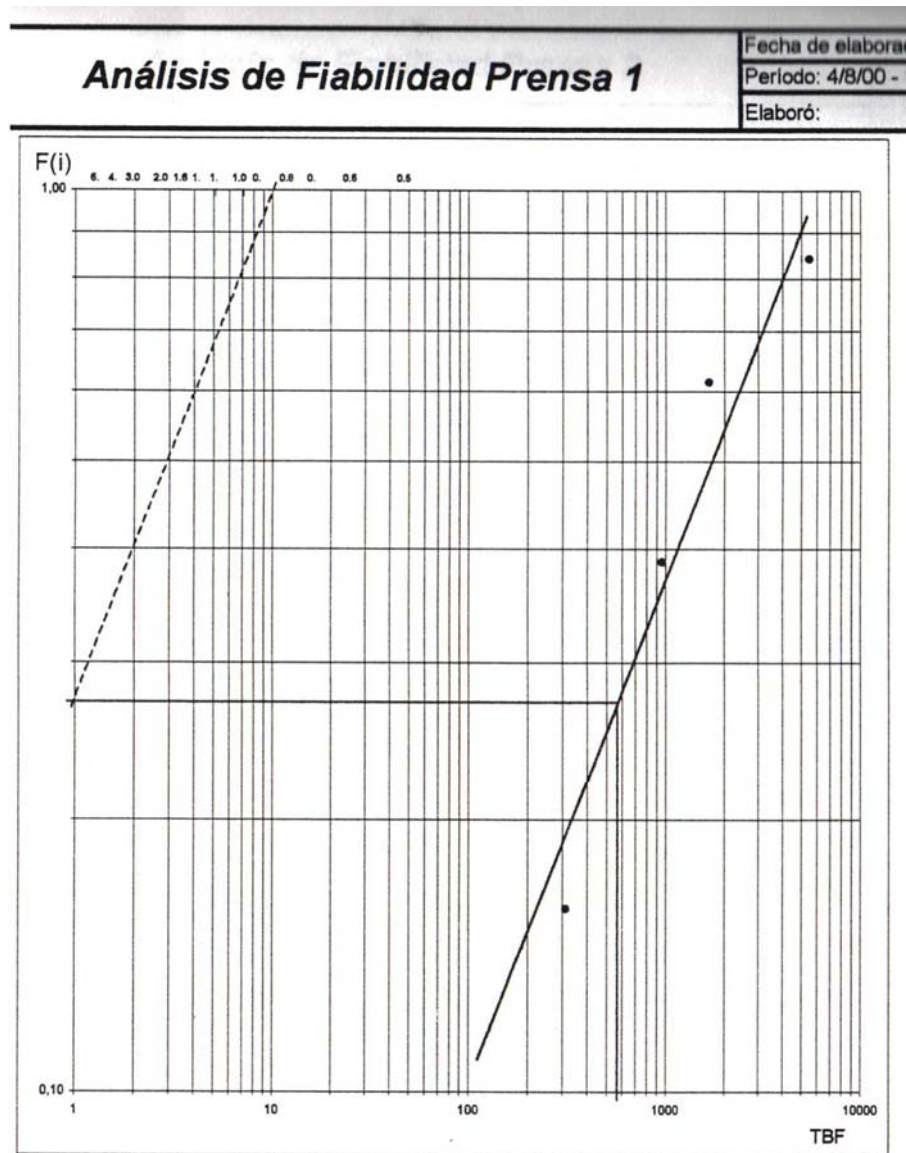


Tabla para el análisis de la fiabilidad

Análisis de Fiabilidad Prensa 1											
Fecha de elaboración: 17/07/2001											
Período: 4/9/00 - 18/11/00											
Rev. 00											
Elaboró:											
Aprobó:											
TIPO DE MAQUINA	Nº DE MAQUINA	Nº DE ORDEN	FECHA	HORA DE PASADA	HORA DE ENTREGA	CAUSA	TIPO DE FALLA	T.M. (horas)	TPO DE PAR.	I	P(%)
PRENSA	1		16/11/00	19:75	19:91	Anelacto de iluminación dañada	instalación	312,25	0,16	1	0,16
PRENSA	1	1080	13/09/00	19:50	20:50	Pérdida de aceite en mesa volante	instalación	961,92	1,00	2	0,39
PRENSA	1	1018	04/08/00	13:50	17:58	Ficha de calza de seguridad dañada	Eléctrica	1670	4,08	3	0,61
PRENSA	1	92	03/11/00	16:50	19:50	Cambio de cilindro mesa volante averiado	instalación	5492,00	3,00	4	0,84
								MTBF	562		
								COEF DE CORR.	0,90		
								β	0,84		
								η	767		

Gráfico – Papel de Weibull



Finalmente después de realizar los respectivos análisis de fiabilidad a las distintas máquinas de las cuales se mostraron aquí solo dos a modo de ejemplo, se llegó a la siguiente tabla.

Grupo	$\beta < 1$	$\beta = 1$	$\beta > 1$	Período de Vida
Fresadoras Grandes a CNC				
22			2.8	Obsolescencia
23			3.0	Obsolescencia
28			2.4	Obsolescencia
29			2.5	Obsolescencia
30			2.5	Obsolescencia
31			2.9	Obsolescencia
32			2.5	Obsolescencia
Prensas Auxiliares				
6	--	--	--	--
8	--	--	--	--
9			3.0	Obsolescencia
10			1.9	Obsolescencia
11	--	--	--	--
Prensas puesta a punto Línea principal 1				
1	0.84			Juventud
2			2.6	Obsolescencia
3	--	--	--	--
4	--	--	--	--
5	--	--	--	--
Prensas puesta a punto Línea principal 2				
12			2.0	Obsolescencia
13	--	--	--	--
14	--	--	--	--
15	--	--	--	--
16			2.7	Obsolescencia
Puentes Grúa				
232			2.3	Obsolescencia
233	0.9			Juventud
234			3.1	Obsolescencia
235			1.5	Obsolescencia
241			2.1	Obsolescencia
242			2.3	Obsolescencia

2.7.6. Fiabilidad en los Sistemas

En la práctica nos encontramos con equipos, máquinas y sistemas complejos, compuestos de muchas partes dependientes unas de otras. Generalmente se utilizan **dos configuraciones básicas: serie y paralelo**, con las que se pueden confeccionar otras más complejas.

2.7.6.1. Configuración en Serie

En la configuración en serie, cuando uno de los elementos falla, trae consigo aparejado el fallo total del sistema. Entonces tendremos:

$$R_s = R_1 * R_2 * R_3 * \dots * R_n = \prod_{j=1}^n R_j$$

$$\prod_{j=1}^n$$

Productoria

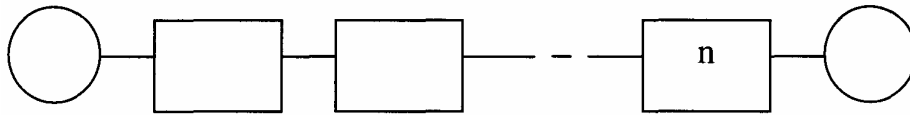
R_1, R_2, R_n

Representan las distintas fiabilidades del sistema

R_s :

Fiabilidad de la configuración serie

Configuración en serie

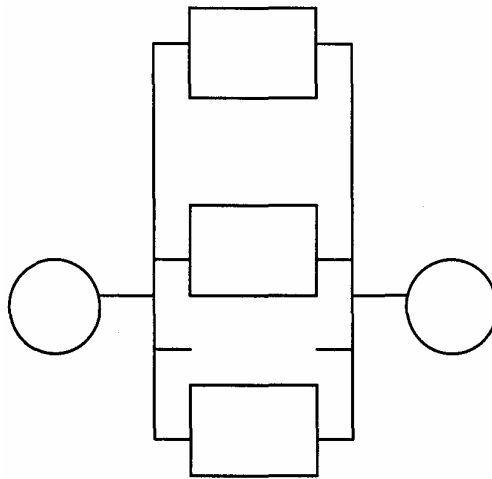


2.7.6.2. Configuración en Paralelo

En la configuración en paralelo, el sistema funciona siempre que funcione al menos uno de sus componentes. La falla se producirá únicamente cuando fallen todos sus elementos. Entonces tendremos:

$$R_p = 1 - \prod_{j=1}^n [1 - (R_j)]$$

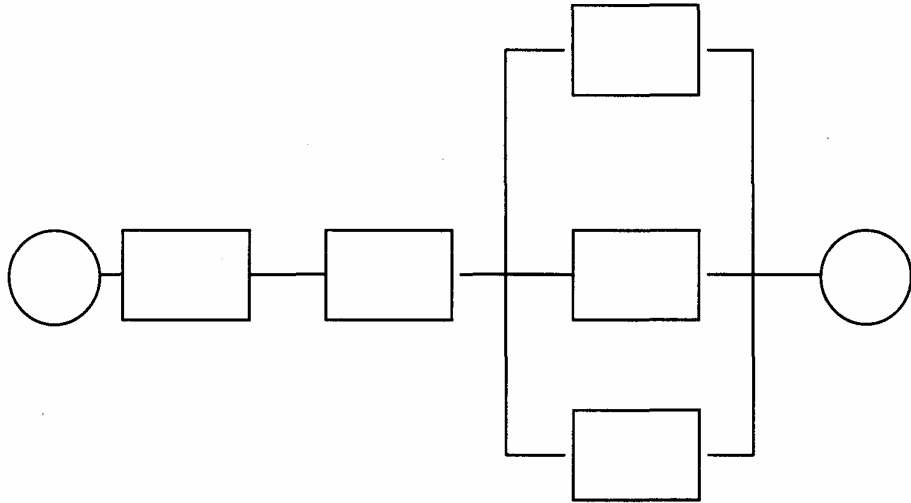
Configuración en paralelo



2.7.6.3. Configuración mixta

En la configuración mixta el sistema se comporta en función de esta dos combinaciones, una serie y paralelo.

$$R_{mix} = \left(\prod_{j=1}^n R_j \right) \times \left[1 - \prod_{j=1}^n (1 - R_j) \right]$$



Problemas Propuestos

- 1) ¿A que se denomina variable aleatoria ?
- 2) ¿Cuál es la fórmula de tasa de fallo $\lambda(t)$?
- 3) Indique las distribuciones típicas de la fiabilidad que caracterizan las poblaciones.
- 4) ¿Cuales son los estimadores de fiabilidad?
- 5) Indique la fórmula de la distribución exponencial.
- 6) Explique el modelo de Weibull.
- 7) Estime los valores de β , η y la fiabilidad de un sistema telefónico para 100 hs de servicio de la distribución de Weibull, sabiendo que se presentaron fallas en distintas instalaciones a las 150, 109, 21, 99 y 47 hs.
- 8) ¿Cuál de las dos configuraciones siguientes es más confiable y por qué?
 - a) Dos compresores configurados en serie.
 - b) Dos compresores configurados en paralelo.

